

## ПРИКЛАДНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

**Маматисаков Абдурахмон Махаммадали огли**

*Студент "Высшей школы точных наук" направления "Математика"  
Национального педагогического университета Узбекистана имени Низами*

**Сайдалиева Ф. Х**

*Доцент кафедры "Математика" Высшей школы точных наук Национального  
педагогического университета имени Низами*

**Аннотация:** В работе рассматривается применение методов дифференциального исчисления при решении прикладных задач физики. Показано, что производная функции имеет наглядный физический смысл и позволяет исследовать движение тел, процессы теплообмена и электрические явления. На конкретных примерах решаются задачи на нахождение экстремальных значений физических величин. Полученные результаты демонстрируют тесную взаимосвязь математического анализа и физики.

**Ключевые слова:** производная, дифференциальное исчисление, экстремум функции, механика, термодинамика, электричество, прикладная математика.

Развитие современной науки невозможно без тесной связи математики и физики. Физика формулирует законы природы, а математика предоставляет строгий аппарат их исследования. Одним из важнейших разделов математики, используемых в физике, является математический анализ.

Практически любой физический процесс связан с изменением величин во времени: движением тел, изменением температуры, колебаниями, распространением волн. Для описания скорости изменения величины используется производная функции.

Особенно важную роль производная играет при исследовании экстремальных значений физических величин. В технике и природе часто требуется определить наилучшие условия протекания процесса: максимальную высоту полёта, наибольшую мощность, максимальную тягу, минимальное время движения. Такие задачи называются задачами оптимизации.

Цель данной работы — исследовать применение производной при решении прикладных задач физики и показать её физический смысл.

### 1. Физический смысл производной

Пусть величина  $s(t)$  описывает положение материальной точки в момент времени  $t$ .

Средняя скорость на промежутке времени:

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Если промежуток времени стремится к нулю, получаем мгновенную скорость:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Следовательно, производная координаты по времени равна скорости.

Аналогично:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

То есть вторая производная координаты — это ускорение.

Таким образом, производная в физике описывает скорость изменения физической величины:

- производная пути — скорость,
- производная скорости — ускорение,
- производная заряда — сила тока,
- производная энергии — мощность.

## 2. Экстремумы функции и их физическое значение

Пусть функция  $y = f(x)$  описывает некоторую физическую величину.

Если

$$f'(x_0) = 0,$$

то точка называется критической.

Если:

- производная меняет знак «+ → -» — максимум,
- «- → +» — минимум.

Физически это означает:

- максимум — наибольшее значение величины,
- минимум — наименьшее значение величины.

Именно поэтому почти все задачи физики на «наибольшее» или «наименьшее» решаются через производную.

## 3. Максимальная тяга в дымовой трубе

Объем газов, удаляемых из топки котла в дымовую трубу благодаря тяге, может быть выражен формулой  $v = a \sqrt{\frac{T_0}{T} - \frac{T_0^2}{T^2}}$ , где  $T_0$  - абсолютная температура воздуха вне трубы,  $a$  - постоянная. При каком значении тяга будет наибольшей.

Объём газов определяется формулой:

$$v = a \sqrt{\frac{T_0}{T} - \frac{T_0^2}{T^2}}$$

Рассматриваем функцию:

$$f(T) = \frac{T_0}{T} - \frac{T_0^2}{T^2}$$

Найдём производную:

$$f'(T) = T_0 \left( -\frac{1}{T^2} + \frac{2T_0}{T^3} \right)$$

Приравниваем к нулю:

Получено:

$$T = 2T_0$$

То есть максимальная тяга возникает, когда температура газа в трубе в два раза больше температуры наружного воздуха.

Физическое объяснение: тяга создаётся из-за разности плотностей холодного и горячего воздуха. При указанном соотношении возникает наибольшая подъёмная сила потока.

4. Максимальная высота подъёма тела

Пусть тело движется по закону:

$$s(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Скорость:

$$v(t) = s'(t) = v_0 - gt$$

Максимальная высота достигается при  $v(t) = 0$ :

$$t = \frac{v_0}{g}$$

Подставляя обратно, получаем формулу максимальной высоты:

Получаем:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Физический смысл: в верхней точке скорость равна нулю, поэтому производная координаты равна нулю.

5. Максимальная мощность электрической цепи

Мощность:

$$P = I^2 R$$

С учётом закона Ома:

$$I = \frac{E}{R + r}$$

Получаем:

$$P(R) = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$$

Находим производную и приравниваем к нулю:

Получаем условие:

$$R = r$$

Это известно как закон согласования сопротивлений.

6. Оптимальный угол броска

Дальность полёта:

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Максимум синуса достигается при:

$$2\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Общие выводы

Во всех рассмотренных задачах:

1. Составляется функция физической величины.
2. Находится производная.
3. Производная приравнивается к нулю.
4. Определяется оптимальный параметр.

Это показывает универсальность математического анализа.

Заключение

В ходе исследования показано, что производная является основным инструментом анализа физических процессов. С её помощью можно описывать движение, тепловые и электрические явления, а также находить оптимальные условия протекания процессов.

Применение методов дифференциального исчисления позволяет не только объяснять природные явления, но и решать инженерные задачи. Таким считаем, что математический анализ является фундаментом теоретической физики и важнейшим инструментом прикладных наук.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. — М.: Наука.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. — М.: Физматлит.
3. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. — М.: Наука.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. — М.: Наука.
5. Трофимова Т.И. Курс физики. — М.: Академия.
6. Ландсберг Г.С. Элементарный учебник физики. — М.: Физматлит.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики. — М.: Наука.
8. Степанова Г.Н. Математика для физиков. — М.: Высшая школа.