

ABEL ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARINI YECHISHNING ZAMONAVIY USULLARI

Mardonova Ferangiz Anvarovna
Osiyo Xalqaro universiteti magistranti

KIRISH

Oddiy differensial tenglamalar nazariyasida Abel tenglamalari alohida o'rin tutadi.

Ular umumiy holda analitik usullar bilan yechilishi qiyin bo'lib, ko'p hollarda yopiq ko'rinishdagi yechimga ega emas.

Shu sababli zamonaviy matematikada Abel tenglamalarini o'rganishda yaqinlashtiruvchi, sifat tahlili, sonli va geometrik usullar keng qo'llaniladi.

Abel tenglamalari matematik fizika, mexanika, elektr zanjirlari, populyatsiya dinamikasi va iqtisodiy modellashtirishda uchraydi.

1. Abel oddiy differensial tenglamasining tushunchasi

1.1 Abel tenglamasining umumiy ko'rinishi.

Abel tenglamasining birinchi turi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{dy}{dx} = a_3(x)y^3 + a_2(x)y^2 + a_1(x)y + a_0(x)$$

bu yerda a_0, a_1, a_2, a_3 - berilgan funksiyalar.

Abel tenglamasining ikkinchi turi esa quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P_3(y)}{Q_3(y)}$$

bu yerda $P_3(y)$ va $Q_3(y)$ — uchinchi darajali ko'phadlar.

1.2 Asosiy xususiyatlari.

1.2.1 Nolin tenglama hisoblanadi;

1.2.2 Umumiy holda analitik yechim mavjud emas;

1.2.3 Faqat ayrim maxsus hollardagina aniq yechim olinadi;

1.2.4 Sifat tahlili va sonli usullar muhim ahamiyatga ega.

2. Abel tenglamalarini yechishning zamonaviy usullari.

2.1. O'zgaruvchilarni almashtirish usullari

Ayrim maxsus hollarda quyidagi almashtirish qo'llaniladi:

$$y = \frac{1}{v(u)}$$

Bu almashtirish yordamida Abel tenglamasi ba'zan Bernulli yoki Rikkati tenglamasiga keltiriladi.

2.2. Rikkati tenglamasiga keltirish.

Agar $a_3(x) = 0$ bo'lsa, tenglama:

$$\frac{dy}{dx} = a_2(x)y^2 + a_1(x)y + a_0(x)$$

ko'rinishga keladi va u Rikkati tenglamasi sifatida yechiladi.

3. Abel teoremlarini yechishning zamonaviy usuli

3.1. Sifat (qualitative) tahlil usuli

Bu usul yordamida yechimning mavjudligi va yagonaligi, muvozanat nuqtalari hamda ularning barqarorligi o'rganiladi.

Fazaviy portretlar orqali yechimlarning umumiy xulqi tahlil qilinadi.

3.2 Integral invariantlar usuli

Ba'zi hollarda tenglama maxsus tuzilishga ega bo'lib, integral invariant mavjud bo'ladi:

$$I(x, y) = C$$

Bu usul differensial geometriya va dinamik tizimlar nazariyasi bilan chambarchas bog'liq.

3.3 Yaqinlashtiruvchi (perturbatsion) usullar

Agar tenglama quyidagi ko'rinishda bo'lsa:

$$\frac{dx}{dy} = \varepsilon y^3 + f(x, y), \quad \varepsilon \ll 1$$

unda yechim qator ko'rinishida izlanadi:

$$y = y_0 + \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + \dots$$

3.4 Sonli usullar

Abel tenglamalarini yechishda eng samarali zamonaviy sonli usullar quyidagilardan iborat:

- Eyler usuli;
- Runge–Kutta usullari (ayniqsa 4-tartibli);
- Adaptiv qadamli algoritmlar.

3.5 Kompyuter algebra tizimlari

Zamonaviy dasturiy vositalar:

- MATLAB;
- Maple;
- Mathematica;
- Python (SciPy).

Ular yordamida Abel tenglamalari sonli, simvolik va grafik ko'rinishda tahlil qilinadi.

4. Amaliy qo'llanilishi

Abel tenglamalari quyidagi sohalarda keng qo'llaniladi:

- Mexanikada (noliny tebranishlar);
- Elektr zanjirlarida;
- Biologiyada (populyatsiya modellari);
- Iqtisodiyotda (noliny o'sish modellari).

Xulosa

Abel oddiy differensial tenglamalari noliny differensial tenglamalarning eng murakkab turlaridan biri hisoblanadi.

Ular uchun umumiy analitik yechim mavjud emas.

Shu sababli zamonaviy matematikada sifat tahlili, sonli usullar va kompyuter texnologiyalari asosiy o'rin tutadi.

Ushbu usullar yordamida yechimlarning xulqi, barqarorligi va amaliy ahamiyati aniqlanadi.