ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ УРОЖАЙНОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР ПО НЕИЗВЕСТНЫМ ПАРАМЕТРАМ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Алламуратова Венера Жумамуратовна
Ассистент Каракалпакский госуниверситет

Аннотация: *Статья носит методический характер, и при небольшом размере выбранной выборки точность точечной статистической оценки снижается. После 3-5-летнего опыта работы с вновь созданным сортом его используют в основном для небольших выборок, и в таких случаях показана важность интервальной статистической оценки.*

Ключевые слова: *оценки неизвестных параметров, точечные оценки, статистические гипотезы, распределение Пирсона, распределение Стьюдента, доверительный вероятность и доверительный интервал.*

Вводный раздел: В области сельского хозяйства сельскохозяйственные культуры засеваются на достаточно больших площадях, а обработка почвы и другие операции производятся на всех полях одновременно и в одинаковых условиях. В результате толщина, длина, ширина и количество открытых борозд практически одинаковы.

На основании центральной предельной теоремы теории вероятности, когда размер выборки арифметических значений числового символа превышает 30, он рассматривается как нормально распределенная случайная величина. Этим подтверждением является вывод центральной предельной теоремы теории вероятности, которая используется при анализе результатов научных экспериментов по вопросам сельского хозяйства [2].

Теоретический раздел: Пусть числовой символ X исследуемой совокупности имеет нормальное распределение $(\mathrm{N}(\mathrm{a}, б))$ с математическим ожиданием $\mathrm{M}(\mathrm{X}) = \mathrm{a}$, среднее квадратное отклонение $б = \sqrt{\mathrm{D}(\mathrm{X})}$. Поскольку нормальное распределение является однозначным с двумя параметрами, первой основной задачей является оценка математического ожидания и среднего квадратного отклонения неизвестных параметров с использованием набора выборок. При этом б известные и неизвестные точки изучаются отдельно.

б - известный случай: Пусть числовой символ X рассматриваемого основного набора имеет нормальное распределение с параметром $\mathrm{N}(\mathrm{a}, б)$, а б-среднеквадратическое отклонение. Используя полученный набор выборок $\mathrm{x}_{1,}\mathrm{x}_{2,} \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n}$ требуется интервальная статистическая оценка его неизвестного математического ожидания а- с гарантией γ. В этом случае вычисляется выборочное значение $\bar{\mathrm{x}}_\mathrm{T} = \frac{1}{\mathrm{n}}\sum \mathrm{x}_\mathrm{i} = \frac{1}{\mathrm{n}}(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \cdots + \mathrm{x}_\mathrm{k})$, случайная величина $\bar{\mathrm{x}}_\mathrm{T}$

распределяется с параметром $N(a, \frac{б}{\sqrt{n}})$ согласно центральной предельной теореме вероятной теории будет иметь

$\gamma = P\left\{\left|\overline{X} - a\right| \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < Z\right\} = 2\Phi(Z_\gamma)$, где значение функции Лапласа $\Phi(Z_\gamma)$ находится из таблицы законов нормального распределения. В результате неизвестное математическое ожидание с гарантией γ строится по статистической оценке с интервалом a:

$\gamma = (\overline{x_t} - \frac{\sigma Z_\gamma}{\sqrt{x}}; \overline{x_t} + \frac{\sigma Z_\gamma}{\sqrt{x}})$ (1)

б - неизвестный случай: Пусть знак числа X основного набора нормально распределен, а его математическое ожидание a и среднеквадратичное отклонение б – неизвестны. Пусть для добавления доверительного интервала с гарантией γ требуется определенное математическое ожидание a нормального распределения. Для этого на основе данных выборки, рассчитывая ее выборочные характеристики,

$\bar{x}_T = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} x_j n_j$, $S^2 = \frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_T)^2 n_i$,

с их помощью мы вычисляем случайную величину[4],[5],

$T_n = \frac{\sqrt{n}}{S}(\bar{x}_T - a)$,

эта величина имеет распределение Стьюдента с k=n-1 степенями свободы.

Здесь $\bar{x}_T$ —среднее значение выборки, S —скорректированное среднеквадратическое отклонение выборки, n — размер выборки,

$P\left(\frac{\sqrt{n}}{S}|\bar{x}_T - a| < t_\gamma\right) = \gamma$, (2)

соотношение должно выполняться, γ — вероятность задана достоверно. Из этого,

$$P\left(\bar{x}_T - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \le a \le \bar{x}_T + t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}}\right) = \gamma, \quad (3)$$

В результате, когда б неизвестно, γ —гарантированный доверительный интервал для неизвестного математического ожидания a —может быть построен по следующему соотношению:

$\bar{x}_T - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \le a \le \bar{x}_T + t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}}$; (4)

где значение $t_\gamma = t(n; \gamma)$ получено из таблицы распределения Стьюдента для заданных n и γ.

Практическая часть: Среднее количество хлопка, собранного с каждых 50 штук хлопка первого урожая (в коробочках)

2,4,5,3,2,4,5,3,1,6,4,5,4,0,4,5,2,4,5,3,4,0,1,8,2,4,7,5,1,3,6,4,3,4,6,4,3,6,5,3,4,7,4,5,2,6, 4,5,3,4. Предполагая, что случайная величина X является нормально распределенной случайной величиной со следующими выборочными характеристиками:

$$б_T = \sqrt{D_T} = \sqrt{3{,}27} \approx S_T = 1{,}81; \quad n = 50$$

сделаем интервальную статистическую оценку с неизвестной а-истинной доходностью и б-средним квадратичным отклонением $\gamma = 0{,}95$ (с 95% уверенностью).

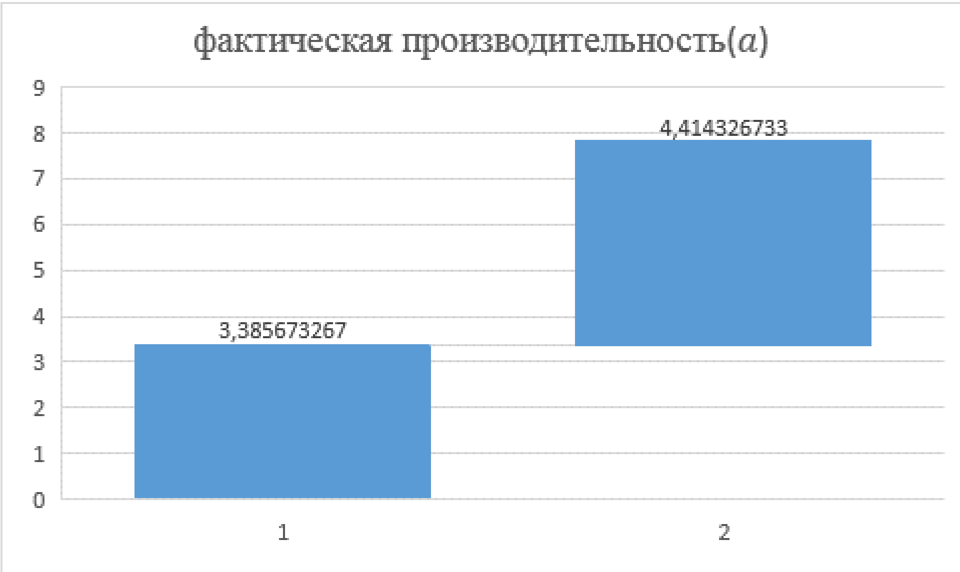
Случайная величина имеет нормальное распределение, когда среднее арифметическое случайной величины, существенно не отличающееся друг от друга, превышает наблюдаемые значения. Мы построим интервальную статистическую оценку с γ- гарантией для а-неизвестного математического ожидания нормально распределенной случайной величины на основе формулы (4), приведенной выше:

$$\bar{x}_T - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} \le a \le \bar{x}_T + t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}};$$

Из таблицы распределения Стьюдентов $t_\gamma = t(n;\gamma) = t(50;\ 0{,}95)=2{,}009$ и из приведенных выше расчетов $\bar{x}_T \approx 3{,}9gr$, $\sigma_T \approx 1{,}81$, доверительный интервал, построенный с уровнем доверенности 95% для неизвестного математического ожидания среднего количества хлопка, собранного из одного штука наблюдаемого сорта хлопка, равен

$$3{,}9 - 2{,}009\frac{1{,}81}{\sqrt{50}} \le a \le 3{,}9 + 2{,}009\frac{1{,}81}{\sqrt{50}};$$

$$3{,}386 \le a \le 4{,}414.$$



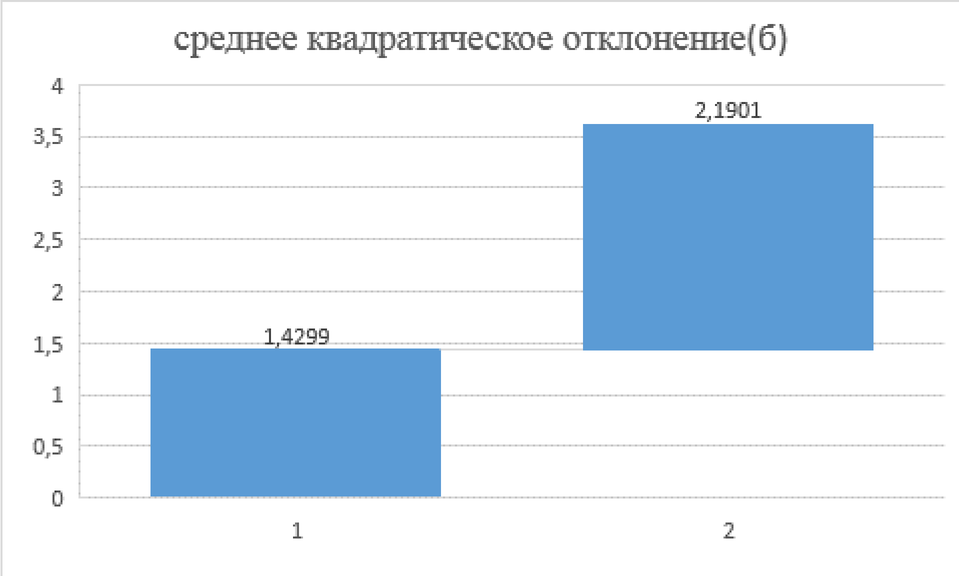
Мы построим интервальную статистическую оценку неизвестного σ-среднего квадратной отклонения нормально распределенной случайной величины, используя следующее соотношение:

$$S_T(1-q) \le \sigma \le S_T(1+q),$$

Найденный значение $q(n;\gamma) = q(50;\ 0{,}95)=0{,}21$ из таблицы распределения Пирсона, доверительный интервал, построенный с 95% гарантией для σ, выглядит следующим образом:

$$1{,}81(1-0{,}21) \le \sigma \le 1{,}81(1+0{,}21),$$

$$1{,}43 \le \sigma \le 2{,}19,$$



Вывод: Чтобы выборка была репрезентативной, выборка должна быть случайной и все элементы главной совокупности должны иметь одинаковую вероятность попадания в выборку. В противном случае статистические исследования могут привести к неверным выводам. Используя приведенное выше соотношение (4), по результатам эксперимента можно построить интервальную статистическую оценку урожайности сельскохозяйственных культур с γ-гарантией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Б.А.Колемаев,О.Б. Староверов, В.Б.Трундаевский “Теория вероятностей и математическая статистика”. М. ВШ, 1991. 400стр.

2. A.A.Fayziev, B.Rajabov, L.Rajabova “Oliy matematika, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika”, Tashkent. TashDAU, 2014,306 bet.

3. Гарнаев А.Ю. Использование MS EXCEL и VBA в экономике и финансах. – СПб.: БХВ – Санкт-Петербург, 1999. -336 с., ил.

4. Я.Ф.Вайну “Корреляция рядов динамики”, М. “Статистика”,1977,119стр.

5. Б.А.Доспехов “Методика полевого опыта”, М. “Агропромиздат”,1985, 352стр.