

KOMBINATORIKA ELEMENTLARI

Karimova Xalima Samatovna

Termiz davlat universiteti akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi

Mingniyozova Ugilshod Kodirovna

*Termiz davlat muhandislik va agrotexnologiyalar universiteti akademik litseyi.
matematika fani o'qituvchisi*

Annotatsiya: *Ushbu maqolada umumiy o'rta ta'lim maktablarining yuqori sinflari, akademik litsey va professional ta'lim Algebra kursida uchraydigan kombinatorika masalalari va ularni yechimlari keltirilgan.*

Kalit so'zlar: *o'rinlashtirish, qo'shish, to'plam, ko'paytirish, chekli, element, faktorial, kombinatsiya, qism, kombinatorik masalalar, qoida.*

Bir qator amaliy masalalarni yechish uchun berilgan to'plamdan uning qandaydir xossaga ega bo'lgan elementlarini tanlab olish va ularni ma'lum bir tartibda joylashtirishga to'g'ri keladi.

Ta'rif. Biror chekli to'plam elementlari ichida ma'lum bir xossaga ega bo'lgan elementlaridan iborat qism to'plamlarni tanlab olish yoki to'plam elementlarini ma'lum bir tartibda joylashtirish bilan bog'liq masalalar kombinatorik masalalar deyiladi.

Masalan, o'nta ishchidan to'rt kishidan iborat brigadalarni necha xil usulda tuzish mumkinligini (ishlab chiqarishni tashkil etish), molekulada atomlar qanday usullarda birlashishi mumkinligi (kimyo), oqsil moddalarda aminokislotalarni qanday tartiblarda joylashtirish mumkinligi (biologiya), turli bloklardan iborat mexanizmida bu bloklarni turli tartiblarda birlashtirish (konstruktorlik), bir necha dala uchastkalarida turli xil ekinlarni almashtirib ekish (agronomiya), davlat budjetini ishlab chiqarish tarmoqlari bo'yicha taqsimoti (iqtisodiyot) kabilar kombinatorik masalalarga keladi va kombinatorikani inson faoliyatining turli yo'nalishlarida qo'llanishini ko'rsatadi.

Ta'rif. Kombinatorik masalalar bilan shug'ullanadigan matematik fan kombinatorika deyiladi.

Kombinatorikani mustaqil fan sifatida birinchi bo'lib olmon matematigi Leybnits o'rgangan va 1666 yilda "Kombinatorika san'ati haqida" asarini chop etgan.

Kombinatorikada qo'shish va ko'paytirish qoidasi deb ataluvchi ikkita asosiy qoida mavjud.

Qo'shish qoidasi. Agar biror α tanlovni $m(\alpha)$ usulda, β tanlovni $m(\beta)$ usulda amalga oshirish mumkin bo'lsa va bu yerda α tanlovni ixtiyoriy tanlash usuli β tanlovni ixtiyoriy tanlash usulidan farq qilsa, u holda " α yoki β " tanlovni amalga oshirish usullari soni $m(\alpha \text{ yoki } \beta) = m(\alpha) + m(\beta)$ formuladan topiladi.

Ko'paytirish qoidasi. Agar biror α tanlovni $m(\alpha)$ usulda, β tanlovni $m(\beta)$ usulda amalga oshirish mumkin bo'lsa, u holda " α va β " tanlovni (yoki (α, β) juftlikni) amalga oshirish usullari soni $m(\alpha \text{ va } \beta) = m(\alpha) \cdot m(\beta)$ formuladan topiladi.

Kombinatorik masalalarni yechishda ko'p qo'llaniladigan tushunchalardan biri o'rin almashtirish tushunchasidir.

Ta'rif. Chekli va n ta elementdan iborat to'plamning barcha elementlarini faqat joylashish tartibini o'zgartirib qism to'plam hosil qilish n elementli o'rin almashtirish deb ataladi.

Berilgan n ta elementdan tashkil topadigan o'rin almashtirishlar soni P_n bilan belgilanadi.

Teorema. n ta elementdan iborat o'rin almashtirishlar soni $P_n = n!$ formula bilan hisoblanadi.

Bu yerda $n!$ – n faktorial deb o'qiladi va $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ kabi aniqlanadi. Bunda $0! = 1$ deb olinadi. Masalan, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ va hokazo. Faktoriallarni hisoblashda $(n + 1)! = n! \cdot (n + 1)$ tenglikdan foydalanish qulay bo'ladi. Masalan, $n = 3$ elementli $\{a, b, c\}$ to'plamdan hosil bo'ladigan o'rin almashtirishlar $\{a, b, c\}$, $\{b, a, c\}$, $\{c, b, a\}$, $\{a, c, b\}$, $\{b, c, a\}$, $\{c, a, b\}$ bo'lib, ularning soni $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ bo'ladi.

Kombinatorik tushunchalardan yana biri kombinatsiya tushunchasidir.

Ta'rif. Chekli va n ta elementli to'plamning k ($k < n$) ta elementli va kamida bitta element bilan farqlanadigan qism to'plam hosil qilish n elementdan k ta olingan kombinatsiya deyiladi.

Masalan, $\{a, b, c\}$ ko'rinishdagi $n = 3$ elementli to'plamdan ikkita elementli kombinatsiyalar $\{a; b\}$, $\{a; c\}$, $\{b; c\}$ bo'lib, ularning soni 3 tadir. Bu yerda $\{b; a\} = \{a; b\}$, $\{a; c\} = \{c; a\}$, $\{b; c\} = \{c; b\}$ deb olinadi.

n ta elementdan k tadan olingan kombinatsiyalar soni C_n^k kabi belgilanadi va uning qiymati $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ formula yordamida hisoblanadi.

Bu formula orqali kiritilgan C_n^k sonlar yordamida quyidagi tenglikni yozish mumkin:

$$(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k.$$

Bu tenglikda n ixtiyoriy natural son bo'lib, u $(a + b)^2$ va $(a + b)^3$ qisqa ko'paytirish formulalarining umumlashmasini ifodalaydi va uni Nyuton binomi deb ataladi. Unga kiruvchi C_n^k sonlari binomial koeffitsentlar deb ataladi.

Agar Nyuton binomida $a = b = 1$ yoki $a = 1, b = -1$ deb olsak, unda $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$, $\sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$ tengliklar o'rinli bo'ladi.

Agar formulada k o'rniga $n - k$ qo'yilsa yoki $k = 0$ yoki $k = n$ deb olinsa, unda $C_n^k = C_n^{n-k}$, $C_n^0 = C_n^n = 1$ tengliklar hosil bo'ladi. Bular kombinatsiyalarni hisoblashni osonlashtiradi.

Kombinatorik masalalarni yechishda o'rinlashtirish deb ataluvchi tushunchadan ham foydalaniladi.

Та'риф. Chekli va n ta elementdan iborat to'plamdan bir-biridan yoki elementlari yoki elementlarining joylashish tartibi bilan farq qiladigan va k ta elementdan iborat qism to'plamlarni hosil qilish n elementdan k tadan o'rinlashtirish deb ataladi.

Berilgan n ta elementdan k tadan o'rinlashtirishlar soni A_n^k kabi belgilanadi va uning qiymati

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdots [n-(k-1)] \text{ yoki } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ formula bilan hisoblanadi.}$$

Masalan, $\{a, b, c\}$ to'plamdan $n = 3$ elementdan $k = 2$ tadan o'rinlashtirishlar $\{a; b\}$, $\{b; a\}$, $\{a; c\}$, $\{c; a\}$, $\{b; c\}$, $\{c; b\}$ bo'lib, ularning soni $A_3^2 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ yoki

$$A_3^2 = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{6}{1} = 6.$$

Misollar:

1. Musobaqada 12 ta jamoa ishtirok etadi. Uchta turli medalni necha xil usul bilan taqsimlash mumkin? Javob: $A_{12}^3 = 1320$.

2. Gruppada 30 ta o'quvchi bor. Ularning ichidan 3 kishini kompyuterda ishlash uchun ajratish kerak. Buni necha usul bilan bajarish mumkin?

$$\text{Javob: } C_{30}^3 = 4060.$$

3. Turli rangdagi 5 to'p mato bor. Bu matolardan har bir mato faqat bitta polosani egallaydigan qilib nechta turli besh rangli bayroqlar tayyorlash mumkin?

$$\text{Javob: } P_5 = 5! = 120.$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Гаимназаров О.Г. Математикадан амалий масалалар ечиш намуналари. Т.: «Фан», 2006 й.

2. Абдулхамидов А.И. ва бошқалар. Алгебра ва математик анализ асослари. Академик лицейлар учун дарслик. Т. 2003 й.

3. Мелиқулов А. Математика 2-қисм, касб-хунар коллежлар учун ўқув қўлланма. Т. 2003 й.