

LEJANDR VA YAKOBI SIMVOLLARI

Turayev Ziyavutdin O'ktamxonovich

“Matematika va ta’limda axborot texnologiyasi”

kafedrasida o‘qituvchisi e-mail: torayevziyovuddin6@gmail.com

Hikmatova Sevinch Baxtiyor qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

“Matematika ” yo‘nalishi 2-bosqich talabasi

Bozorova Feruzabonu Xusniddin qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

“Matematika ” yo‘nalishi 2-bosqich talabasi

Annotatsiya. Ushbu ishda Lejandr va Yakobi simvollari tushunchalari, ularning matematikadagi o‘rni va qo‘llanilishi tahlil qilinadi. Lejandr simvoli asosan modulyor arifmetika va sonlar nazariyasida, xususan, kvadrat qolganliklar masalalarida ishlatiladi. Yakobi simvoli esa Lejandr simvolining umumlashgan shakli bo‘lib, u orqali butun sonlar orasida kvadrat qolganlikni tekshirish va ko‘proq sonlar ustida hisob-kitoblarni soddalashtirish mumkin. Ishda ushbu simvollarni aniqlash, ularning xossalari va asosiy teoremlar yordamida qo‘llash usullari o‘rganiladi. Natijada Lejandr va Yakobi simvollarining sonlar nazariyasidagi ahamiyati va ularning algoritmik hisoblashlarda qo‘llanilishi batafsil ko‘rib chiqiladi.

Kalit so‘zlar. Lejandr simvoli, Yakobi simvoli, kvadrat qolganlik, modulyor arifmetika, sonlar nazariyasi, teorema, algoritmik hisoblash, kvadratlik testi, matematik aniqlik, umumlashtirish.

Annotation. This work analyzes the concepts of lejandr and Jacobi symbols, their role and applications in mathematics. The Lejandr symbol is primarily used in modulyor arithmetic and number theory, specifically in the case of square residuals. The Jacobi symbol, on the other hand, is a generalized form of the Lejandr symbol, by which one can check for a square remainder between integers and simplify calculations over more numbers. The work explores the identification of these symbols, their properties and methods of application using basic theorems. The result is a detailed examination of the importance of lejandr and Jacobi symbols in number theory and their application in algorithmic computations.

Keywords. Lejandr symbol, Jacobi symbol, square remainder, modulyor arithmetic, number theory, theorem, algorithmic computation, quadratic test, mathematical precision, generalization.

Аннотация. В данной работе анализируются понятия символов Леандра и Якоби, их место и применение в математике. Символ Леандра в основном используется в модульной арифметике и теории чисел, особенно в задачах с квадратичными остатками. С другой стороны, символ Якоби-это обобщенная форма Символа Леандра, с помощью которой можно проверить квадратичный остаток

среди целых чисел и упростить вычисления для большего количества чисел. В работе исследуются способы выявления этих признаков, их свойств и применения с помощью основных теорем. В результате будет подробно рассмотрено значение символов Леандра и Якоби в теории чисел и их применение в алгоритмических вычислениях.

Ключевые слова. Символ Леандра, символ Якоби, квадратичный остаток, модульная арифметика, теория чисел, теорема, алгоритмическое исчисление, проверка квадратичности, математическая точность, обобщение.

KIRISH

Sonlar nazariyasi matematikadagi eng qadimiy va chuqur sohalardan biridir. U butun sonlar, ularning xossalari, bo‘linuvchiligi va kvadrat qolganlik kabi tushunchalarni o‘rganadi. Kvadrat qolganlik masalalari esa sonlar nazariyasining markaziy mavzularidan biri bo‘lib, u orqali sonlarning modulyor arifmetika kontekstida qanday xatti-harakat qilishi aniqlanadi. Shu bilan bog‘liq ravishda, Lejandr va Yakobi simvollari sonlar nazariyasida muhim vosita sifatida keng qo‘llaniladi. Lejandr simvoli, asosan p soni bo‘lgan modulga nisbatan kvadrat qolganlikni aniqlashga xizmat qiladi. Bu simvol XVII asrda Adrien-Marik Lejandr tomonidan ishlab chiqilgan va u orqali sonlarning kvadrat qolgan yoki qolmaganligini tekshirish jarayoni sezilarli darajada soddalashtirilgan. Yakobi simvoli esa Lejandr simvolining umumlashgan shakli bo‘lib, u butun sonlarni ham qamrab oladi va shuning uchun ko‘proq algoritmik hisoblashlarda qo‘llaniladi. Ushbu ishda Lejandr va Yakobi simvollarining ta‘riflari, ularning asosiy xossalari, teoremlarda qo‘llanilishi va algoritmik hisoblashlarda amaliy ahamiyati tahlil qilinadi. Shuningdek, simvollar sonlar nazariyasi va kriptografiya kabi zamonaviy sohalarda qanday qo‘llanilishi ko‘rib chiqiladi. Tadqiqot natijalari matematik aniqlikni oshirish va sonlar bilan ishlash jarayonlarini soddalashtirishga xizmat qiladi.

Mavzuga doir adabiyotlar tahlili. Lejandr va Yakobi simvollari sonlar nazariyasi va modulyor arifmetika sohaslarida keng o‘rganilgan tushunchalardir. Ularning rivojlanishi va qo‘llanilishi bo‘yicha ko‘plab nazariy va amaliy manbalar mavjud. Lejandr simvoli XIX asrda sonlar nazariyasi rivojlanayotganda markaziy tushuncha sifatida shakllangan. U, asosan, p soni bo‘yicha kvadrat qolganlikni aniqlashda ishlatiladi va ko‘plab klassik teoremlarda – masalan, kvadrat qolganliklar teoremasida – qo‘llaniladi. Shuningdek, matematiklar Adrien-Marik Lejandrning ishlariga tayanib, bu simvolni chuqurroq o‘rganishgan va u orqali sonlar orasidagi munosabatlarni aniqlash imkoniyati oshirilgan. Yakobi simvoli esa Lejandr simvolining umumlashtirilgan shakli bo‘lib, u butun sonlar uchun aniqlik beradi va hisob-kitob jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, Yakobi simvoli algoritmik hisoblashlarda va kriptografiyada ham keng qo‘llaniladi. Zamonaviy manbalar, masalan, sonlar nazariyasi bo‘yicha ilmiy maqolalar va monografiyalar, Yakobi simvolining xossalari, uning Lejandr simvoli bilan bog‘lanishi va hisoblash qoidalari bilan tanishtiradi. O‘zbek olimlari ham ushbu mavzuga qiziqish bildirgan. Masalan, Abdullayev (2010) va Qodirov (2015) ishlari Lejandr va Yakobi simvollarining sonlar nazariyasidagi o‘rni, xossalari va teoremlarda qo‘llanilishini batafsil yoritadi. Ularning tadqiqotlari simvollarni modulyor arifmetika, kvadrat qolganlik va

algoritmik yechimlar bilan bog'lashga xizmat qiladi. Shu bilan birga, so'nggi yillarda bu mavzuda kriptografiya va kompyuter matematikasi sohalarida ham tadqiqotlar olib borilmoqda, chunki simvollar sonlar ustida tezkor hisob-kitoblarni amalga oshirishda qulay vosita hisoblanadi. Shuningdek, xalqaro adabiyotlar, masalan, Gauss, Legendre, Ribenboim va boshqa olimlarning ishlarida Lejandr va Yakobi simvollarini va ularning xossalari batafsil tahlil qilingan. Ular, shuningdek, kvadrat qolganliklar teoremasi, modulyar arifmetika va algoritmik metodlarni o'rganishda asosiy manba sifatida xizmat qiladi. Natijada, mavjud adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, Lejandr va Yakobi simvollarini nafaqat klassik sonlar nazariyasi, balki zamonaviy kriptografiya va algoritmik hisoblashlarda ham muhim ahamiyatga ega. Ularning xossalari, teoremlar bilan bog'lanishi va hisoblash usullari mavzu bo'yicha tadqiqotlar olib borishda asosiy ilmiy baza sifatida xizmat qiladi.

Tadqiqotlar metodologiyasi Ushbu tadqiqotda Lejandr va Yakobi simvollarini o'rganish nazariy tahlil va amaliy hisoblashlar asosida amalga oshiriladi. Tadqiqot metodologiyasi quyidagi yo'nalishlarga tayangan: Nazariy tahlilda Lejandr va Yakobi simvollarining ta'riflari, xossalari va teoremlarda qo'llanilishi ilmiy adabiyotlar orqali o'rganildi. Bu yondashuv simvollarini modulyar arifmetika va kvadrat qolganliklar kontekstida tushunishga imkon beradi. Amaliy hisoblashlar orqali simvollarini hisoblash misollari keltirildi va natijalari tahlil qilindi. Bu mavzuni yanada amaliy va tushunarli qiladi.

Misol 1: Lejandr simvoli (5/11) ni hisoblash:

$11 \bmod 4 \equiv 3$ bo'lgani uchun kvadrat qolganlikni tekshirishda Lejandr teoremasi qo'llanadi:

$$\begin{aligned}(5/11) &= (11/5) * (-1)^{((5-1)/2 * (11-1)/2)} \\ &= (11/5) * (-1)^{(2*5)} \\ &= (1/5) * 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

Demak, 5 soni 11 ga modulyar holda kvadrat qolgan hisoblanadi.

Misol 2: Yakobi simvoli (21/55) ni hisoblash:

Yakobi simvolining ko'paytirish xossasiga ko'ra:

$$(21/55) = (3/55) * (7/55)$$

Har bir qism alohida hisoblanadi va yakuniy qiymat topiladi. Bu usul butun sonlar uchun kvadrat qolganlikni tez aniqlash imkonini beradi. Algoritmik yondashuv orqali Yakobi simvoli dasturiy hisoblashlar va kriptografik algoritmlarda qo'llanilishi mumkinligi o'rganildi. Bu yondashuv tadqiqot natijalarini amaliyotga tadbiiq etishda muhim ahamiyatga ega. Shu metodologiya orqali Lejandr va Yakobi simvollarining nazariy asoslari va amaliy qo'llanilishi birlashtirilib, mavzu bo'yicha tizimli va tushunarli natijalarga erishildi.

Natija va muhokama. Ushbu tadqiqot davomida Lejandr va Yakobi simvollarining nazariy asoslari va amaliy qo'llanilishi tahlil qilindi. Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, Lejandr simvoli sonlar nazariyasida kvadrat qolganliklarni aniqlashda asosiy vosita hisoblanadi. Yakobi simvoli esa Lejandr simvolining umumlashirilgan shakli sifatida butun sonlar bilan ishlash imkonini beradi va hisob-kitoblarni soddalashtiradi. Tahlillar shuni ko'rsatdiki, Lejandr va Yakobi simvollarining asosiy xossalari, ularning teoremlar bilan bog'liqligi va modulyar arifmetika kontekstidagi qo'llanilishi mavzuni chuqurroq tushunishga

yordam beradi. Shu bilan birga, bu simvollar algoritmik yondashuvlar va zamonaviy kriptografik hisoblashlarda ham ahamiyatli vosita sifatida xizmat qiladi. Natijalar, shuningdek, mavzuning ilmiy va amaliy qiymatini ko'rsatadi. Lejandr va Yakobi simvollarini tizimli o'rganish sonlar nazariyasi va modular arifmetika bo'yicha kelgusidagi tadqiqotlar uchun mustahkam ilmiy asos yaratadi. Shu bilan birga, tadqiqot yakunida olingan xulosalar mavzuni amaliy qo'llash imkoniyatlarini, xususan matematik modellashtirish, algoritmik hisoblash va kriptografiyada qo'llanishni yanada ravshan ko'rsatadi. Umuman olganda, Lejandr va Yakobi simvollarini tadqiq etish nafaqat matematik tushunchalarni chuqurroq anglashga, balki sonlar bilan ishlash jarayonlarini optimallashtirishga va amaliyotda qo'llashga yordam beradi.

Xulosa. Ushbu tadqiqot davomida Lejandr va Yakobi simvollarini nazariyasi va ularning amaliy qo'llanilishi o'rganildi. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, Lejandr simvoli sonlar nazariyasida kvadrat qolganliklarni aniqlashda asosiy vosita bo'lib, u sonlar orasidagi munosabatlarni tahlil qilish va modular arifmetika masalalarini yechishda muhim ahamiyatga ega. Yakobi simvoli esa Lejandr simvolining umumlashtirilgan shakli sifatida butun sonlar bilan ishlashni soddalashtiradi va algoritmik hisoblashlar hamda kriptografik amaliyotlarda keng qo'llanilishi mumkin. Tadqiqot davomida simvollar xossalari, teoremlarda qo'llanilishi va ular orqali modular arifmetika masalalarini yechish usullari tahlil qilindi. Shu bilan birga, Lejandr va Yakobi simvollarining ilmiy va amaliy qiymati aniqlanib, ularning sonlar nazariyasi va zamonaviy matematik hisoblashlarda qo'llanilishi haqida tizimli tushuncha hosil qilindi. Natijalardan kelib chiqib, quyidagi xulosalarga kelish mumkin: Lejandr va Yakobi simvollarini nafaqat nazariy jihatdan muhim, balki amaliy hisoblashlarni soddalashtirish, matematik modellashtirish va kriptografik algoritmlarda qo'llash imkonini beruvchi kuchli vosita hisoblanadi. Tadqiqot shuni ham ko'rsatdiki, ushbu simvollar chuqur o'rganish kelgusidagi sonlar nazariyasi, modular arifmetika va kriptografiya bo'yicha ilmiy tadqiqotlar uchun mustahkam asos yaratadi. Shu bilan, Lejandr va Yakobi simvollarini mavzusi nafaqat matematik bilimlarni boyitadi, balki amaliy muammolarni yechishda qulay va samarali vosita sifatida e'tirof etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Abdullayev, M. "Sonlar nazariyasi asoslari." – Toshkent: Fan, 2010.
2. Qodirov, S. "Modular arifmetika va uning ilovalari." – Toshkent: O'qituvchi, 2015.
3. Sobirov, R. "Matematikaning nazariy asoslari." – Toshkent: Fan va Texnologiya, 2012.
4. Olimov, A. "Kvadrat qolganliklar va Lejandr simvoli." – Toshkent: Fan, 2014.
5. Tursunov, B. "Yakobi simvoli va algoritmik hisoblashlar." – Toshkent: O'qituvchi, 2016.
6. Islomov, D. "Sonlar nazariyasi masalalari va yechimlari." – Toshkent: Fan, 2013.
7. Karimov, E. "Modular arifmetika va sonlar nazariyasi." – Toshkent: Ilm-fan, 2011.
8. Mirzaev, F. "Lejandr va Yakobi simvollarining nazariy asoslari." – Toshkent: O'qituvchi, 2017.

9. Rustamov, J. “Sonlar nazariyasi va raqamli tizimlar.” – Toshkent: Fan, 2012.

10. Yusupov, H. “Matematik nazariya va sonlar bilan ishlash metodlari.” – Toshkent: Ilm-fan, 2015.