KOMPLEKS SONLAR VA ULAR USTIDA AMALLAR

Qarshi davlat universiteti Matematika va kompyuter ilmlari fakulteti. Matematika yo'nalishi 2- bosqich talabasi

Aliyev Temur Mustafo o'g'li.

Murojaat uchun:Tel +99893 577 97 76

temuraliyev0007@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu maqolada kompleks son tushunchasi,uning elementar va oliy matematika asosidagi turlari,xossalari hamda qo'llanish sohasi yoritilgan.Kompleks sonlarning ko'rinishi, algebraik va trigonometrik ko'rinishi, ular ustida amallar ilmiy asosda tahlil qilingan . Maqola bakalavrning dastlabki bosqich talabalariga mo'ljallangan bo'lib, elementar tushunchalardan boshlab, murakkabroq matematik formulalar orqali kompleks sonlarning chuqur mohiyatini ochib beradi.*

Kalit so'zlar: *Kompleks son, triganometrik ko'rinish, haqiqiy, mavhum, modul, qo'shish, ayirish, ko'paytirish, bo'lish.*

KIRISH

Matematika inson tafakkurining eng chuqur va mantiqiy yo'nalishlaridan biridir.Ularning asosiy tarmoqlaridan bo'lgan chiziqli algebra zamonaviy fan va texnikaning deyarli barcha sohalarida muhim o'rin tutadi.Bu fan vektorlar, matritsalar, chiziqli tenglamalar sistemasi, kompleks sonlar va ular ustida bajariladigan amallarni o'rganadi. Ayniqsa, kompleks sonlar tushunchasi matematikaning chuqur masalalarini hal etishda, xususan chiziqli algebra, differensial tenglamalar va elektr muhandisligi sohalarida keng qo'llaniladi.

Ushbu mustaqil o'rganish materiali chiziqli algebra doirasida kompleks sonlar va ular ustida amallarni tushuntirish, ularning asosiy xossalari, geometrik talqinlari va amliy qo'llanishini yoritishga bag'ishlanadi.

Asosiy qism

Kompleks sonlar tushunchasi

Kompleks son – bu z=a+bi ko'rinishidagi ifoda bo'lib, bu yerda a va b haqiqiy sonlar, i esa mavhum birlik bo'lib, i2=-1 tenglikni qanoatlantiradi. Kompleks sonlar to'plamini C bilan belgilanadi.Kompleks to'plamni tashkil etuvchi elementlar – kompleks son bo'ladi.

Masalan, 3+2i, -1+5i va 4-7i kabi sonlar kompleks sonlardir.Agar b=0 bo'lsa, kompleks son oddiy real(haqiqiy) songacha kamayadi, ya'ni real sonlar to'plami kompleks sonlar to'plamining qismi hisoblanadi.

Kompleks sonlarning geometrik talqini

Kompleks sonlarni kompleks tekislikda geometrik tarzda ifodalash mumkin. Har bir kompleks son z=a+bi ko'rinishida bo'lib, a haqiqiy o'qdagi koordinata, b esa mavhum o'qdagi koordinatani bildiradi. Natijada, har bir kompleks son tekislikdagi bir nuqta yoki vektorga mos keladi. Bu tekislik Argand tekisligi deb ataladi.

Masalan, z1=3+4i soni tekislikda (3,4) nuqtaga to'g'ri keladi. Ularning modulini Pifagor teoremasi yordamida hisoblaymiz: $|z_1| = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$. Bu esa z1 sonining orijinaga bo'lgan masofasidir.

Kompleks sonlar ustida amallar

Qo'shish va ayirish

Kompleks sonlar ustida qo'shish va ayirish amallari haqiqiy qismlar va mavhum qismlar bo'yicha alohida bajariladi:

z1=a+bi , z2=c+di bo'lsa,

z1+z2=(a+c)+(b+d)i,

z1-z2=(a-c)+(b-d)i.

Masalan, $z_1 = 2 + 3i$ va $z_2 = 4 - 5i$ bo'lsa:

$z_1 + z_2 = (2 + 4) + (3 - 5)i = 6 - 2i$,

$z_1 - z_2 = (2 - 4) + (3 - (-5))i = -2 + 8i$.

Ko'paytirish

Ko'paytirish amali distributivlik qoidasiga asosan bajariladi:

z1z2=(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i.

Masalan, z1=3+2i va z2=1+4i bo'lsa:

z1z2=(3•1-2•4)+(3•4+2•1)i=(3-8)+(12+2)i=-5+14i.

Bo'lish

Kompleks sonlarni bo'lishda maxrajdagi mavhum birlikni yo'qotish uchun uning kompleks juftiga ko'paytiriladi:

$z_1 / z_2 = ((a + bi)(c - di)) / (c^2 + d^2) = ((ac + bd) + (bc - ad)i) / (c^2 + d^2)$.

Masalan, z1=4+2i va z2=1-i bo'lsa:

$z_1 / z_2 = ((4 + 2i)(1 + i)) / (1^2 + (-1)^2) = (4 + 4i + 2i + 2i^2) / 2 = (4 + 6i - 2)/2 = (2 + 3i)$.

Kompleks sonning moduli va argumenti

Kompleks son z=a+bi ning moduli quyidagicha aniqlanadi:

$|z| = \sqrt{(a^2 + b^2)}$.

Masalan: z=5+12i bo'lsa, $|z| = \sqrt{(5^2 + 12^2)}=\sqrt{169} =13$.

Kompleks sonning argumenti (ϕ) esa haqiqiy o'q bilan hosil qilgan burchak bo'lib, quyidagicha topiladi:

$\tan \phi = b / a$.

Masalan, $z = 3 + 3i$ bo'lsa, $\tan \phi = 3/3 = 1$, demak $\phi = 45°$ yoki $\pi/4$ radian.

Trigonometrik va eksponensial shakllar

Kompleks sonlar trigonometric shakldа quyidagicha yoziladi:

$z=r (\cos \phi + i \sin \phi)$, bu yerda $r=|z|$, $\phi=\arg(z)$.

Masalan, $z = 1 + i$ bo'lsa, $|z| = \sqrt{2}$, $\phi = \pi/4$, demak:

$z = \sqrt{2} (\cos(\pi/4) + i \sin(\pi/4))$.

Eyler formulasiga ko'ra esa, z=re^(iφ) shaklida yozish mumkin. Bu shakl ko'paytirish va darajaga oshirish amallarini juda soddalashtiradi.

Kompleks sonlar yordamida tenglamalarni yechish

Ko'plab algebraic tenglamalar haqiqiy yechimga ega bo'lmagan holatda kompleks sonlar yordamida yechiladi. Masalan x2+1=0 tenglamaning haqiqiy yechimi yo'q, lekin kompleks sohada:

X2=-1 ⇒ x = ±i.

Yoki x2-4x+13=0 tenglama uchun:

Diskriminant D=b2-4ac=16-52=-36.

Shundan x1,2=(4 ± √(−36)) / 2 = (4 ± 6i) / 2 = 2 ± 3i.

Kompleks sonlarning amaliy qo'llanishi

Kompleks sonlar nafaqat nazariy matematika, balki fizika, muhandislik, elektr texnikasi, signal tahlili va kompyuter grafikasi kabi sohalarda ham muhim ahamiyatga ega.

Masalan, elektr zanjirlaridagi tok va kuchlanish o'zgarishlarini tahlil qilishda kompleks sonlardan foydalaniladi.Tokning fazasi va amplitudasi Eyler formulasi orqali ifodalaniladi. I = I_0e^(iωt). Shuningdek, to'lqin hodisalarini o'rganishda ham kompleks ifodalar juda qulay matematik vosita hisoblanadi.

XULOSA

Kompleks sonlar chiziqli algebra fanining muhim bo'limi bo'lib, ular orqali ko'plab algebraik , geometrik va fizik masalalar yechimiga erishish mumkin. Ularning trigonometric va eksponensial shakllari matematikaning ko'plab tarmoqlarida hisoblashlarni soddalashtiradi. Kompleks sonlar haqiqiy sonlar to'plamini kengaytiradi va matematik tafakkurning yangi yo'nalishlarini ochadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. K.Yo'ldoshev, "Chiziqli algebra va analitik geometriya", Toshkent,2018.
2. G.M.Fikhtengolts, "Matematika kursi", Moskva,2021.
3. E.Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", Wiley,2011.
4. W.Smirnov, "Kurs vysshey matematiki", Moskva,1980
5. Internet manbalari: mathworld.wolfram.com, Wikipedia.org.