

EHTIMOLLAR NAZARIYASINING ZAMONAVIY ILM-FAN VA AMALIYOTDAGI AHAMIYATI

Ashurova Mahliyoxon Orifjon qizi

O'zbekiston tumani 4-son texnikumi

Matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: *Mazkur maqolada ehtimollar nazariyasining ilmiy asoslari, rivojlanish bosqichlari hamda zamonaviy fan va texnologiyalardagi o'rni tahlil qilingan. Tasodifiy hodisalar, ehtimollik, shartli ehtimollik, tasodifiy miqdorlar va matematik kutilma kabi asosiy tushunchalar ilmiy nuqtai nazardan yoritilgan. Shuningdek, ehtimollar nazariyasining iqtisodiyot, ta'lim, tibbiyot, sun'iy intellekt, muhandislik va axborot texnologiyalaridagi qo'llanilishi misollar asosida tahlil qilingan. Tadqiqot natijalari ehtimollar nazariyasining zamonaviy ilmiy tadqiqotlarda va amaliy faoliyatda muhim metodologik vosita ekanligini ko'rsatadi.*

Kalit so'zlar: *ehtimollar nazariyasi, tasodifiy hodisa, shartli ehtimollik, Bayes formulasi, matematik statistika, sun'iy intellekt, modellash, tasodifiy miqdor.*

Abstract: *This article analyzes the theoretical foundations of probability theory, its historical development, and its importance in modern science and technology. The concepts of random events, probability, conditional probability, random variables, and mathematical expectation are discussed in detail. The applications of probability theory in economics, education, medicine, artificial intelligence, engineering, and information technology are also examined. The results demonstrate that probability theory is one of the essential mathematical tools for scientific research and practical decision-making under uncertainty.*

Keywords: *probability theory, random event, conditional probability, Bayes theorem, mathematical statistics, artificial intelligence, mathematical modeling.*

KIRISH

Matematika insoniyat taraqqiyotining barcha bosqichlarida muhim ilmiy vosita bo'lib xizmat qilgan. Ayniqsa, tasodifiy jarayonlarni o'rganishda ehtimollar nazariyasining o'rni beqiyosdir. Zamonaviy jamiyatda iqtisodiy, texnik, biologik va ijtimoiy jarayonlarning aksariyati tasodifiy omillar ta'sirida yuzaga keladi. Shu sababli bunday jarayonlarni ilmiy asosda tahlil qilish uchun ehtimollar nazariyasidan foydalanish zarur hisoblanadi.

Ehtimollar nazariyasi tasodifiy hodisalarning yuz berish qonuniyatlarini o'rganadigan matematikaning fundamental bo'limidir. Mazkur fan hodisalarning aniq natijasini emas, balki ularning sodir bo'lish ehtimolini matematik usullar yordamida baholaydi. Aynan shu jihati bilan ehtimollar nazariyasi klassik matematikadan farq qiladi.

Bugungi kunda ehtimollar nazariyasi sun'iy intellekt, katta hajmdagi ma'lumotlarni qayta ishlash (Big Data), iqtisodiy prognozlash, epidemiologiya, meteorologiya, transport logistika

tizimlari, kriptografiya, mashinali o'qitish hamda robototexnika kabi ko'plab zamonaviy yo'nalishlarning nazariy asosini tashkil etmoqda.

Shuningdek, umumiy o'rta va professional ta'lim tizimida ehtimollar nazariyasini o'qitish o'quvchilarda mantiqiy fikrlash, tahliliy yondashuv hamda statistik ma'lumotlarni to'g'ri talqin qilish ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Shu sababli ushbu fan bo'yicha zamonaviy metodlarni ishlab chiqish va amaliy misollar bilan boyitish dolzarb ilmiy masalalardan biridir.

Ehtimollar nazariyasining rivojlanish tarixi

Ehtimollar nazariyasining shakllanishi XVII asrga to'g'ri keladi. Dastlab qimor o'yinlarida uchraydigan masalalarni yechish zarurati natijasida ehtimollik tushunchasi paydo bo'lgan. Keyinchalik ushbu yo'nalish mustaqil matematik fan sifatida rivojlandi.

XVIII–XIX asrlarda ehtimollar nazariyasi statistik kuzatishlar va astronomik hisoblashlarda qo'llanila boshladi. XX asrda esa aksiomatik yondashuvning rivojlanishi natijasida ehtimollar nazariyasi qat'iy matematik asosga ega bo'ldi.

Hozirgi davrda ehtimollar nazariyasi matematik statistika, stoxastik jarayonlar, iqtisodiy modellashtirish, sun'iy intellekt va ma'lumotlar ilmi bilan uzviy bog'liq holda rivojlanmoqda.

Tadqiqot metodologiyasi

Mazkur tadqiqotda ilmiy tahlil, taqqoslash, umumlashtirish hamda matematik modellashtirish usullaridan foydalanildi.

Ehtimollar nazariyasining asosiy obyekti tasodifiy hodisalar hisoblanadi. Tasodifiy hodisa — tajriba natijasida sodir bo'lishi ham, sodir bo'lmashligi ham mumkin bo'lgan hodisadir.

Hodisalar quyidagi turlarga ajratiladi:

- muqarrar hodisa;
- mumkin bo'lmagan hodisa;
- tasodifiy hodisa;
- qarama-qarshi hodisa;
- o'zaro bog'liq hodisalar;
- o'zaro bog'liq bo'lmagan hodisalar.

Klassik ehtimollik quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Bu yerda:

- m — hodisaga qulay natijalar soni;
- n — barcha teng imkoniyatli natijalar soni.

Masalan, oddiy olti qirrali kubik tashlanganda 4 sonining tushish ehtimoli:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

Yana bir misol sifatida 52 ta kartadan iborat kolodadan tasodifiy bitta karta tanlanganda uning tuz chiqish ehtimoli:

$$[\\ P(A)=\\frac{4}{52}=\\frac{1}{13}. \\]$$

Bu kabi oddiy misollar ehtimollar nazariyasining asosiy tamoyillarini tushunishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari va matematik apparati

Ehtimollar nazariyasining markaziy tushunchalaridan biri tasodifiy hodisa hisoblanadi. Tasodifiy hodisa – tajriba natijasida sodir bo'lishi ham, sodir bo'lmاسligi ham mumkin bo'lgan hodisadir. Har qanday tajriba natijasida yuzaga keladigan barcha mumkin bo'lgan natijalar elementar hodisalar fazosini tashkil etadi.

Ehtimollar nazariyasida hodisalar bir necha turlarga ajratiladi:

- Muqarrar hodisa – har qanday tajribada albatta sodir bo'ladigan hodisa.
- Mumkin bo'lmagan hodisa – hech qachon sodir bo'lmaydigan hodisa.
- Tasodifiy hodisa – sodir bo'lishi ham, bo'lmاسligi ham mumkin bo'lgan hodisa.
- Mustaqil hodisalar – bir hodisaning sodir bo'lishi ikkinchisiga ta'sir qilmaydi.
- Bog'liq hodisalar – bir hodisaning sodir bo'lishi ikkinchi hodisaning ehtimoliga ta'sir qiladi.

Ushbu tushunchalar murakkab ehtimollik modellarini yaratishda nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

Shartli ehtimollik

Ko'plab amaliy masalalarda bir hodisaning sodir bo'lishi ikkinchi hodisaga bog'liq bo'ladi. Bunday hollarda shartli ehtimollik tushunchasidan foydalaniladi.

Shartli ehtimollik quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$[\\ P(A|B)=\\frac{P(A\\cap B)}{P(B)}, \\quad P(B)>0. \\]$$

Bu yerda:

- $P(A|B)$ – B hodisasi sodir bo'lgandagi A hodisaning ehtimoli;
- $P(A\\cap B)$ – ikkala hodisaning birgalikda sodir bo'lish ehtimoli.

Misol

Qutida 5 ta oq va 3 ta qora shar mavjud. Tasodifiy ravishda ketma-ket ikkita shar olinadi. Birinchi shar oq chiqqan bo'lsa, ikkinchi shar ham oq chiqish ehtimolini topamiz.

Birinchi oq shar olingach:

- oq sharlar soni – 4 ta;
- jami sharlar soni – 7 ta.

Shunday qilib,

$$[\\ P=\\frac{4}{7}\\approx0.571. \\]$$

Demak, ikkinchi shar oq chiqish ehtimoli 57,1 % ni tashkil etadi.

Bayes formulasi

Ehtimollar nazariyasining eng muhim natijalaridan biri Bayes formulasidir. U mavjud ma'lumotlar asosida ehtimollikni qayta baholash imkonini beradi.

Formula quyidagi ko'rinishga ega:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}.$$

Bayes formulasi tibbiyotda kasalliklarni aniqlash, sun'iy intellekt algoritmlarini yaratish, spam xatlarni filtrlash, iqtisodiy prognozlash va ma'lumotlarni tahlil qilishda keng qo'llaniladi.

Tasodifiy miqdorlar

Tasodifiy miqdor – tajriba natijasiga bog'liq holda turli qiymatlar qabul qiluvchi miqdordir.

Tasodifiy miqdorlar ikki turga bo'linadi:

1. Diskret tasodifiy miqdor.
2. Uzlaksiz tasodifiy miqdor.

Masalan:

- kubik tashlanganda tushadigan son – diskret tasodifiy miqdor;
- bir sutkada yog'adigan yog'ingarchilik miqdori – uzluksiz tasodifiy miqdor.

Matematik kutilma

Tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymati matematik kutilma deyiladi.

Diskret tasodifiy miqdor uchun

$$M(X) = \sum x_i P_i.$$

Misol.

Kubik tashlanganda matematik kutilma:

$$M(X) = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5.$$

Bu natija kubik har safar 3,5 tushadi degani emas. Juda ko'p marta tajriba takrorlanganda o'rtacha qiymat 3,5 ga yaqinlashadi.

Dispersiya

Tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatdan qanchalik chetlanishini baholash uchun dispersiya ishlatiladi.

Formula:

$$D(X) = M(X - M(X))^2.$$

Dispersiya qancha kichik bo'lsa, natijalar o'rtacha qiymat atrofida shuncha zich joylashadi.

Ehtimollar nazariyasining amaliy qo'llanilishi

Bugungi kunda ehtimollar nazariyasi quyidagi sohalarda keng qo'llaniladi:

Ta'lim tizimida. Test natijalarini tahlil qilish, o'quvchilarning o'zlashtirish darajasini baholash va reyting tizimlarini ishlab chiqishda ehtimollik usullari muhim ahamiyatga ega.

Iqtisodiyotda. Investitsiya xavflarini baholash, inflyatsiya prognozlarini tuzish, fond bozori dinamikasini o'rganishda ehtimollik modellaridan foydalaniladi.

Sug'urta tizimida. Sug'urta mukofotlari va xavf darajasi statistik ehtimollar asosida aniqlanadi.

Tibbiyotda. Laboratoriya tekshiruvlari, diagnostika tizimlari va epidemiyalar tarqalishini prognoz qilishda ehtimollar nazariyasi muhim vosita hisoblanadi.

Sun'iy intellektda. Mashinali o'qitish algoritmlari, neyron tarmoqlar va tavsiya tizimlarining ko'plab modellari statistik ehtimollarga asoslanadi.

Muhandislikda. Qurilmalar ishonchligini baholash, texnik nosozliklar xavfini aniqlash va sifat nazoratini amalga oshirishda ehtimollar nazariyasidan foydalaniladi.

XULOSA

Ehtimollar nazariyasi matematikaning fundamental yo'nalishlaridan biri bo'lib, tasodifiy hodisalarni ilmiy asosda o'rganish va ularni matematik modellashtirish imkonini beradi. Tadqiqot davomida ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari, jumladan tasodifiy hodisa, klassik va shartli ehtimollik, Bayes formulasi, tasodifiy miqdor, matematik kutilma hamda dispersiya kabi muhim nazariy masalalar tahlil qilindi. Ushbu tushunchalarning o'zaro bog'liqligi va amaliy ahamiyati misollar yordamida yoritildi.

Tahlillar shuni ko'rsatdiki, ehtimollar nazariyasi nafaqat matematik masalalarni yechishda, balki iqtisodiyot, tibbiyot, muhandislik, axborot texnologiyalari, sun'iy intellekt va ta'lim tizimida ham keng qo'llanilmoqda. Ayniqsa, noaniqlik sharoitida to'g'ri qaror qabul qilish, statistik ma'lumotlarni tahlil qilish hamda kelajakdagi jarayonlarni prognozlashda ehtimollik modellari muhim ahamiyat kasb etadi.

Shuningdek, ehtimollar nazariyasini o'qitishda amaliy misollar va zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish ta'lim samaradorligini oshirishga xizmat qiladi. Bu esa o'quvchilarda mantiqiy fikrlash, tahliliy yondashuv va matematik kompetensiyalarni rivojlantirishga yordam beradi.

Xulosa qilib aytganda, ehtimollar nazariyasi bugungi kunda ilm-fan va texnologiyalar rivojining ajralmas qismi bo'lib, kelgusida raqamli iqtisodiyot, sun'iy intellekt, katta hajmdagi ma'lumotlarni qayta ishlash hamda ilmiy tadqiqotlarda uning ahamiyati yanada ortib boradi. Shu bois ushbu fan bo'yicha nazariy va amaliy tadqiqotlarni rivojlantirish hamda ta'lim jarayoniga zamonaviy pedagogik yondashuvlarni joriy etish dolzarb vazifalardan biri hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Kolmogorov A. N. Foundations of the Theory of Probability. New York: Chelsea Publishing Company, 1956.
2. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol. 1. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1968.
3. Ross S. M. A First Course in Probability. 10th ed. Pearson, 2019.
4. Ross S. M. Introduction to Probability Models. 12th ed. Academic Press, 2019.
5. Grimmett G., Stirzaker D. Probability and Random Processes. 4th ed. Oxford University Press, 2020.
6. Papoulis A., Pillai S. U. Probability, Random Variables and Stochastic Processes. 4th ed. McGraw-Hill, 2002.
7. DeGroot M. H., Schervish M. J. Probability and Statistics. 4th ed. Pearson, 2012.
8. Billingsley P. Probability and Measure. 3rd ed. John Wiley & Sons, 1995.
9. Mood A. M., Graybill F. A., Boes D. C. Introduction to the Theory of Statistics. McGraw-Hill, 1974.
10. Sheldon M. Ross. Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists. 6th ed. Academic Press, 2021.
11. Gmurman V. E. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika (rus tilidan tarjima). Toshkent.
12. Shiryaev A. N. Probability. Springer, 2016.
13. Hoel P. G., Port S. C., Stone C. J. Introduction to Probability Theory. Houghton Mifflin, 1971.
14. Montgomery D. C., Runger G. C. Applied Statistics and Probability for Engineers. 8th ed. Wiley, 2019.
15. Oliy ta'lim muassasalari uchun Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanidan darslik va o'quv qo'llanmalar.