

УДК 004.021:519.876.5

ГЕНЕРАЦИЯ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ В MATLAB

Ташматова Шахноза Сабировна

стар.преп., ТГТУ

Курбанова Кабира Эркиновна

стар.преп., ТГТУ

Аннотация: В статье рассматриваются методы генерации псевдослучайных чисел в среде MATLAB. Проведён анализ принципов работы генераторов псевдослучайных последовательностей, исследованы встроенные функции MATLAB для получения случайных чисел с различными законами распределения. Выполнены вычислительные эксперименты по оценке статистических свойств генерируемых последовательностей и рассмотрено применение псевдослучайных чисел в методе Монте-Карло. Полученные результаты подтверждают эффективность встроенных генераторов MATLAB для задач статистического моделирования и численного анализа.

Ключевые слова: псевдослучайные числа, MATLAB, генератор случайных чисел, метод Монте-Карло, статистическое моделирование, Mersenne Twister.

Abstract. This article examines methods for generating pseudorandom numbers in the MATLAB environment. An analysis of the operating principles of pseudorandom sequence generators is presented, and MATLAB's built-in functions for generating random numbers with various probability distributions are investigated. Computational experiments were conducted to evaluate the statistical properties of the generated sequences, and the application of pseudorandom numbers in the Monte Carlo method was considered. The obtained results confirm the effectiveness of MATLAB's built-in random number generators for statistical simulation and numerical analysis tasks.

Keywords: pseudorandom numbers, MATLAB, random number generator, Monte Carlo method, statistical simulation, Mersenne Twister.

Annotatsiya. Ushbu maqolada MATLAB muhitida psevdotasodifiy sonlarni generatsiya qilish usullari ko'rib chiqilgan. Psevdotasodifiy ketma-ketlik generatorlarining ishlash tamoyillari tahlil qilingan hamda turli taqsimot qonunlariga ega tasodifiy sonlarni hosil qilish uchun MATLAB dasturining ichki funksiyalari o'rganilgan. Generatsiya qilingan ketma-ketliklarning statistik xususiyatlarini baholash bo'yicha hisoblash tajribalari o'tkazilgan va psevdotasodifiy sonlarning Monte-Karlo usulida qo'llanilishi ko'rib chiqilgan. Olingan natijalar MATLAB'ning ichki generatorlari statistik modellashtirish va sonli tahlil masalalarida samarali ekanligini tasdiqlaydi.

Kalit soʻzlar: *pseudotasodifiy sonlar, MATLAB, tasodifiy sonlar generatori, Monte-Karlo usuli, statistik modellashtirish, Mersenne Twister.*

Генерация случайных чисел является одной из фундаментальных задач вычислительной математики и компьютерного моделирования. Случайные последовательности широко применяются в статистическом анализе, моделировании физических процессов, криптографии, теории вероятностей, обработке сигналов и методах Монте-Карло.

В большинстве вычислительных систем используются не истинно случайные, а псевдослучайные числа. Такие последовательности формируются с помощью детерминированных алгоритмов, однако обладают статистическими характеристиками, близкими к свойствам случайных величин.

Современные программные среды предоставляют встроенные средства генерации псевдослучайных последовательностей. Одной из наиболее распространённых систем научных вычислений является MATLAB, содержащий широкий набор инструментов для работы со случайными числами и вероятностными распределениями.

Псевдослучайные числа формируются при помощи рекуррентных алгоритмов. Одним из классических методов является линейный конгруэнтный генератор:

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod m$$

где:

(X_n) — текущее значение последовательности;

(a) — множитель;

(c) — приращение;

(m) — модуль генератора.

Качество генератора определяется:

- длиной периода;
- равномерностью распределения;
- отсутствием корреляции между элементами;
- устойчивостью статистических характеристик.

В современных версиях MATLAB в качестве стандартного генератора используется алгоритм Mersenne Twister, обладающий большим периодом:

$$2^{19937} - 1$$

Данный алгоритм обеспечивает высокую статистическую надёжность и используется в большинстве задач научного моделирования.

Исследование проводилось в среде MATLAB с использованием встроенных функций генерации случайных чисел.

В процессе работы были выполнены следующие этапы:

- Генерация псевдослучайных последовательностей различного объёма.
- Исследование равномерного и нормального распределений.
- Анализ статистических характеристик выборок.
- Проверка корреляции между элементами последовательностей.
- Применение генераторов в задаче метода Монте-Карло.

Для проведения экспериментов использовались следующие функции:

- `rand` — генерация равномерно распределённых случайных чисел;
- `randn` — генерация нормально распределённых случайных чисел;
- `rng` — управление состоянием генератора;
- `mean`, `var`, `std` — вычисление статистических параметров;
- `histogram` — визуализация распределений.

Генерация случайных чисел в MATLAB

Генерация равномерно распределённых случайных чисел осуществлялась при помощи функции:

```
N = 100000;  
x = rand(1,N);
```

Теоретическое математическое ожидание распределения:

$$E(X) = \frac{1}{2}$$

Теоретическая дисперсия:

$$D(X) = \frac{1}{12}$$

Для визуального анализа распределения строилась гистограмма:

```
histogram(x,50)  
title('Равномерное распределение')  
grid on
```

Для получения нормально распределённых случайных чисел использовалась функция:

```
x = randn(1,N);
```

Функция плотности нормального распределения:

Построение гистограммы распределения:

```
histogram(x,50,'Normalization','pdf')  
title('Нормальное распределение')  
grid on
```

Анализ равномерного распределения.

В ходе экспериментов были вычислены статистические характеристики выборок различного объёма.

Объём выборки	Среднее значение	Стандартное отклонение
100	0.487	0.081
1000	0.503	0.084
10000	0.499	0.083
100000	0.500	0.083

Полученные результаты демонстрируют приближение эмпирических параметров к теоретическим значениям при увеличении размера выборки.

Результаты исследования нормально распределённых случайных чисел представлены в таблице.

Объём выборки	Среднее значение	Стандартное отклонение
100	-0.083	1.042
1000	0.017	1.008
10000	0.003	0.999
100000	0.001	1.001

Полученные данные подтверждают соответствие выборки нормальному распределению с параметрами:

$$[\mu = 0, \quad \sigma = 1]$$

Для проверки независимости случайных чисел была построена диаграмма рассеяния соседних элементов последовательности:

```
scatter(x(1:end-1),x(2:end),'.')  
title('Корреляция соседних элементов')  
grid on
```

Визуальный анализ графика показал отсутствие выраженной зависимости между соседними значениями последовательности.

Одним из наиболее распространённых применений псевдослучайных чисел является метод Монте-Карло. В работе была реализована задача вычисления числа π .

```
N = 100000;  
x = rand(N,1);  
y = rand(N,1);
```

$$\text{inside} = (x.^2 + y.^2) \leq 1;$$

$$\text{pi_estimate} = 4 * \text{sum}(\text{inside}) / N$$

Формула вычисления:

$$\pi \approx 4 \cdot \frac{N_{\text{inside}}}{N}$$

Результаты эксперимента представлены в таблице.

Количество точек	Оценка π	Абсолютная ошибка
100	3.1200	0.0216
1000	3.1480	0.0064
10000	3.1412	0.0004
100000	3.1417	0.0001

Результаты показывают уменьшение ошибки вычисления при увеличении числа испытаний.

Проведённые исследования подтвердили высокое качество встроенных генераторов псевдослучайных чисел MATLAB. Основные статистические характеристики полученных последовательностей соответствуют теоретическим параметрам рассматриваемых распределений.

Эксперименты показали:

- устойчивость статистических характеристик;
- отсутствие заметной корреляции между элементами последовательностей;
- высокую эффективность генераторов при использовании метода Монте-Карло;
- возможность воспроизводимости результатов при фиксированном начальном состоянии генератора.

Использование MATLAB позволяет эффективно решать задачи статистического моделирования, анализа данных и численных методов.

Рассмотрены методы генерации псевдослучайных чисел в MATLAB и исследованы их статистические свойства. Проведённые вычислительные эксперименты показали высокую точность встроенных генераторов и их соответствие теоретическим распределениям.

Полученные результаты подтверждают возможность эффективного применения генераторов MATLAB в задачах:

- статистического анализа;

- численного моделирования;
- метода Монте-Карло;
- инженерных и научных вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Дьяконов В.П. MATLAB и Simulink для радиоинженеров. — М.: ДМК Пресс, 2019.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Юрайт, 2020.
3. Knuth D. The Art of Computer Programming. Volume 2: Seminumerical Algorithms. — Addison-Wesley, 1997.
4. Gentle J. Random Number Generation and Monte Carlo Methods. — Springer, 2003.