

GEOMETRIK JISMLARNING KOMBINATSIYALARI.

Termiz davlat universiteti akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi

Karimova Xalima Samatovna

Annotatsiya: Ushbu maqolada umumiy o'rta ta'lim maktablari, akademik litsey va professional ta'lim geometriya kursida uchraydigan geometrik jismlarning kombinatsiyalari va ularni xossalari keltirilgan.

Kalit so'zlar: Uch, qirra, yoq, asos, diagonal kesim, yon sirt, yon sirt yuzi, muntazam piramida, apofema, ichki va tashqi chizilgan aylanalar, asos tekisligi, markaz, o'xshash ko'pburchak, hajm, tetraedr, proporsional, kesik piramida, balandlik, muntazam kesik piramida, kesik piramida hajmi.

1. Prizma va silindr.

1-ta'rif. . . . Agar prizmaning asoslari silindr asoslariga ichki chizilgan bo'lsa, prizma silindrga **ichki chizilgan** (silindr esa prizmaga **tashqi chizilgan**) deyiladi (1- a chizma).

Agar: 1) prizma to'g'ri va 2) uning asosiga tashqi aylana chizish mumkin bo'lsa, prizmaga tashqi silindr chizish mumkin. Bundan uchburchakli to'g'ri prizmaga va ixtiyoriy muntazam prizmaga tashqi silindr chizish mumkinligi kelib chiqadi. Bunda prizmaning yon qirralari tashqi chizilgan silindrning yasovchisidan iborat bo'ladi.

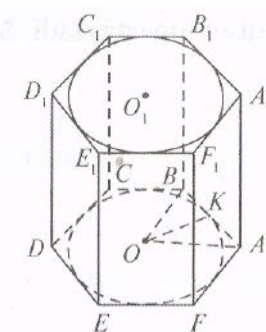
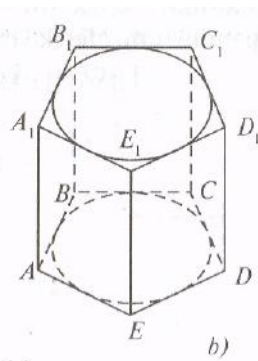
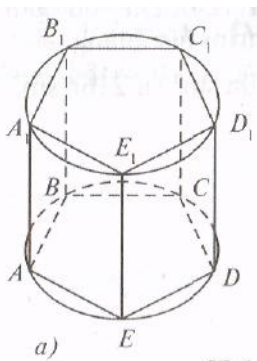
2-ta'rif. . . . Agar silindrning asoslari prizma asoslariga ichki chizilgan bo'lsa, silindr prizmaga **ichki chizilgan** (prizma esa silindrga **tashqi chizilgan**) deyiladi (1- b chizma).

Shunday qilib, agar: 1) prizma to'g'ri va 2) prizmaning asosiga ichki aylana chizish mumkin bo'lsa, prizmaga ichki silindr chizish mumkin. Bundan ixtiyoriy uchburchakli to'g'ri prizma va ixtiyoriy muntazam prizmaga ichki silindr chizish mumkinligi kelib chiqadi.

1 - masala. Oltiburchakli muntazam prizma va unga ichki chizilgan silindr hajmlarining nisbatini toping.

Yechilishi. O — prizma asosiga ichki chizilgan aylananing markazi bo'lsin (2- chizma). U holda $\triangle AOB$ -- teng tomonli bo'ladi. $AB=a$ bo'lsin. Bu uchburchakning OK balandligini topamiz, u bir vaqtning o'zida silindr asosining radiusi hamdir. ya'ni

$$OK = r = a \sin 60^\circ \text{ yoki } r = a$$



(1-chizma)

$\triangle AOB$ ning yuzi $S_1 = a^2 \sqrt{3}/2$ bo'lganligidan, muntazam oltiburchakning yuzi

$$S_{\text{priz asos}} = 6 \cdot S_1 = 3a^2 \sqrt{3}/2.$$

Prizmaning hajmini topamiz:

$$V_{\text{prizma}} = S_{\text{priz asos}} \cdot H = 3a^2 \sqrt{3}/2 \cdot H.$$

Silindrning hajmi $V_{\text{silindr}} = S_{\text{sil. asos}} \cdot H = \pi r^2 H$ yoki $V_{\text{silindr}} = 3a^2 \pi/4 \cdot H.$

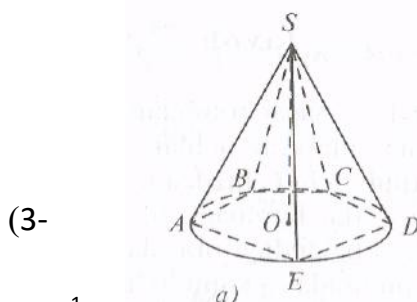
Endi ularning nisbatini topamiz:

$$\text{Javob: } 2\sqrt{3}/\pi.$$

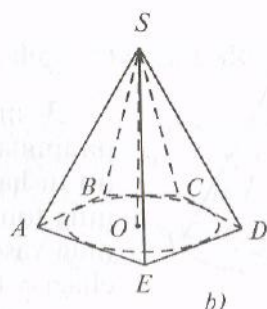
2. Konus va piramida.

3-ta'rif. Agar: 1) piramidaning uchi konusning uchi bilan ustma-ust tushsa va 2) piramidaning asosi konus asosiga ichki chizilgan bo'lsa, piramida konusga **ichki chizilgan** (konus esa piramidaga **tashqi chizilgan**) deyiladi.

Konus — to'g'ri doiraviy konus bo'lganligidan, konusga ichki chizilgan piramida ta'rifiga ko'ra, ularning balandliklari ustma-ust tushadi va piramidaning har bir qirradi konusning yasovchisidan iborat bo'ladi. Demak, piramidaga tashqi konus chizish uchun piramidaning yon qirralari teng bo'lishi shart, ya'ni konusga har doim ichki muntazam piramida chizish mumkin (3-a chizma).



i f.



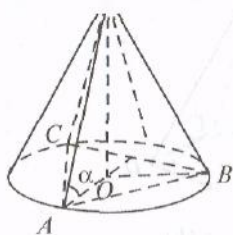
chizma)

Agar: 1) piramidaning uchi konusning uchi bilan ustma-ust tushsa va 2) piramidaning asosi konusning asosiga tashqi chizilgan bo'lsa, piramida konusga **tashqi chizilgan** (konus esa piramidaga **ichki chizilgan**) deyiladi.

Bundan ixtiyoriy muntazam piramidaga ichki konus chizish mumkinligi kelib chiqadi (3- b chizma).

Konusga tashqi chizilgan piramidaning har bir yog'i konus sirtiga lining yasovchisi bo'yicha urinadi.

2- m a s a 1 a. Konusga yon qirradi asos tekisligiga α burchak ostida og'gan uchburchakli muntazam piramida ichki chizilgan. Piramida asosining tomoni a ga teng bo'lsa, konusning hajmini hisoblang.



Y e c h i l i s h i. Konus asosining radiusi R , balandligi H bo'lsa, uning hajmi $V_{\text{konus}} = 1/3 \pi R^2 \cdot H$ formula bo'yicha hisoblanadi.

S uch piramida va konus uchun umumiy bo'lganligidan, ularning $SO - H$ balandligi ham umumiy. Uchburchakli muntazam piramidaning asosi $\triangle ABC$ (4-chizma) aylanaga ichki chizilgandir.

Biz sinuslar teoremasini qo'llaymiz:

$$a/\sin 60^\circ = 2R, \text{ bundan, } R = a/2 * \sqrt{3}/2 = a/\sqrt{3}.$$

Endi to'g'ri burchakli $\triangle AOS$ ni qaraymiz. $AO = R$, $\angle SAO = \alpha$ bo'lganligidan, $H = SO = AO \cdot \operatorname{tg} \alpha$ yoki $H = a/\sqrt{3} * \operatorname{tg} \alpha$. Demak, konusning hajmi $V_{\text{konus}} = 1/3 \pi (a/\sqrt{3})^2 * a/\sqrt{3} * \operatorname{tg} \alpha$ yoki $V_{\text{konus}} = \pi a^3 \sqrt{3}/27 * \operatorname{tg} \alpha$. Javob: $\pi a^3 \sqrt{3}/27 * \operatorname{tg} \alpha$.

3- m a s a l a. Asosi rombdan iborat piramidaga konus, ularning uchlari uctma-ust tushadigan qilib, ichki chizilgan. Rombning tomoni a , o'tkir burchagi α , konusning yasovchisi va balandligi orasidagi burchagi φ bo'lsa, piramida va konus bilan chegaralangan shaklning hajmini hisoblang.

Y e c h i s h i. Shartga ko'ra, $AB = BC = CD = DA = a$, $\angle BAD = \angle BCD = \alpha$, $\angle OSK = \varphi$ D uchdan rombning DF balandligini o'tkazamiz. Hosil bo'lgan to'g'ri burchakli $\triangle AFD$ dan $FD = AD * \sin \alpha = a * \sin \alpha$ bo'lishi kelib chiqadi. Rombning balandligi unga ichki chizilgan aylananing diametriga tengligidan,

uning radiusi $r = OK = 1/2 a \sin \alpha$ bo'ladi.

To'g'ri burchakli $\triangle SOK$ dan piramidaning $SO = H$ balandligini topamiz.

$$H = OK * \operatorname{ctg} \varphi \text{ yoki } H = r \operatorname{ctg} \varphi = \sin \alpha \operatorname{ctg} \varphi.$$

Endi piramida va konusning hajmlarini hisoblaymiz. Ular asoslarining yuzlari

$$S_{\text{konus asos}} = \pi r^2 = \pi/4 a^2 \sin^2 \alpha, S_{\text{piramida asos}} = a^2 \sin \alpha.$$

Piramida va konus orasida joylashgan jismning hajmi piramida va konus hajmlari orasidagi ayirmaga teng bo'ladi:

$$V = V_{\text{piramida}} - V_{\text{konus}} = 1/3 a^2 \sin^2 \alpha * H - \pi/4 * 1/3 a^2 \sin^2 \alpha * H \text{ yoki } V = a^2/24 \sin \alpha * H (4 - \pi \sin \alpha). \text{ Demak, } V = a^2/24 \sin^2 \alpha * \operatorname{ctg} \varphi (4 - \pi \sin \alpha). \text{ Javob: } a^2/24 \sin^2 \alpha * \operatorname{ctg} \varphi (4 - \pi \sin \alpha).$$

3. Ichki chizilgan va tashqi chizilgan sferalar.

Planimetriyadagiga o'xshash ba'zi ta'riflarni keltiramiz.

5-t a' r i f. Agar sfera ko'pyoqli burchakning barcha yoqlariga urinsa, u ko'pyoqli burchakka **ichki chizilgan** deyiladi.

6-t a' r i f. Agar sfera ko'pyoq yog'larining barchasiga urinsa, u ko'pyoqqa **ichki chizilgan** deyiladi. Bu holda, tabiiyki, ko'pyoq sferaga **tashqi chizilgan** deyiladi.

7-t a' r i f. Agar ko'pyoqning barcha uchiarl sferada yotsa, sfera ko'pyoqqa **tashqi chizilgan** deyiladi.

8-t a' r i f. Agar sfera to'g'ri doiraviy silindr yon sirtiga ayiana bo'ylab hamda uning asoslariga urinsa, u silindrga **ichki chizilgan** deyiladi. Bunda silindr sferaga **tashqi chizilgan** deyiladi.

9-t a' r i f. Agar sfera to'g'ri doiraviy konusning asosiga urinsa hamda uning yon sirtiga ayiana bo'ylab urinsa, u konusga **ichki chizilgan** deyiladi. Bunda konus sferaga **tashqi chizilgan** deyiladi.

10-t a' r i f. *Agar to'g'ri doiraviy silindr asoslarining aylanalari sferada yotsa, sfera silindrga tashqi chizilgan deyiladi. Bunda silindr sferaga ichki chizilgan deyiladi*

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. I. Isroilov, Z. Pashayev “GEOMETRIYADAN MASALALAR TO’PLAMI” Toshkent “O’qituvchi” - 2001 yil.
2. I. Isroilov, Z. Pashayev “GEOMETRIYA” I-qism. Toshkent “O’qituvchi” - 2010 yil.
3. I. Isroilov, Z. Pashayev “GEOMETRIYA” II qism. Toshkent “O’qituvchi” - 2010 yil.