

## FUNKSIYA LIMITI VA UNING ASOSIY XOSSALARI

**Baxshullayeva Mohinur Shaxobiddinovna**

*Buxoro viloyati Shofirkon tumani Shofirkon tuman*

*1- son texnikumining Matematika fani o'qituvchisi*

**Annotatsiya:** Ushbu maqola funksiya limiti va uning xossalri, cheksiz kichik miqdorlar va ularning xossalari, cheksiz katta miqdorlar, funksiya limitini hisoblash qoidalari, funksiya limitining mavjudlik shartlari haqida to'liq ma'lumotlar keltirilgan.

**Kalit so'zlar:** funksiya, limit, ketma- ketlik, cheksiz kichik miqdor, cheksiz katta miqdor, chap limit, o'ng limit, signum funksiya

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  ketma-ketlik berilgan bo'lsin.

Ta'rif . Agar ixtiyoriy  $\varepsilon > 0$  son uchun, shunday  $N$  nomer topilsaki,  $A_N$  ketma-ketlikning  $N > N$  shartini qanoatlantiruvchi hadlari uchun tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $A$  soni

ketma ketlikning limiti deyiladi va  
 $A - \varepsilon < a_n < A + \varepsilon$  ( $|a_n - A| < \varepsilon$ ) ko'rinishda yoziladi.

TA'RIF. Agar  $A$  soni chekli bo'lsa, ketma-ketlik yaqinlashuvchi deyiladi. Agar ketma-ketlikning limiti chekli bo'lmasa yoki ketma-ketlik limitga ega bo'lmasa, ketma-ketlik uzoqlashuvchi deyiladi.

Agar  $A_N$  ketma-ketlikning elementlarini tekislikda  $(N, a_n)$  nuqtalar orqali ifodalasak,  $A - \varepsilon < a_n < A + \varepsilon$  tengsizlik  $N > N$  shartini qanoatlantiruvchi  $(n, A_N)$  barcha nuqtalar absissa o'qiga parallel bo'lgan  $A-E$  va  $A+E$  to'g'ri chiziqlar orasida joylashgan bo'ladi.

TA'RIF. Agar  $A_N$  ketma-ketlik uchun  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  bo'lsa,  $A_N$  cheksiz

kichik miqdor deyiladi.

TA'RIF . Agar etarli katta musbat  $M$  son uchun shunday nomer  $N$  topilsaki,  $N > N$  lar uchun  $N > M$  bo'lsa,  $|B_N| > M$  ketma-ketlik cheksiz katta miqdor deyiladi va ko'rinishda yoziladi.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = \infty$  Ta'rif: Agarda oldindan berilgan ixtiyoriy  $\varepsilon > 0$  son uchun unga bog'liq shunday  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  son topilsaki,  $0 < |x-a| < \delta$  shartni qanoatlantiruvchi har qanday  $x \in D\{f\}$  va biror  $A$  soni uchun  $|f(x)-A| < \varepsilon$  tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $A$  soni  $y=f(x)$  funksiyaning  $x \rightarrow a$  bo'lgandagi limiti deb ataladi.

Ta'rifdagi tasdiq

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$$

ko'rinishda yoziladi. Misol sifatida,

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9$$

ekanligini ta'rif bo'yicha ko'rsatamiz. Bu yerda  $x \rightarrow 3$  bo'lgani uchun  $2 < x < 4$ , ya'ni  $|x+3| < 7$  deb olishimiz mumkin. Bu holda ixtiyoriy  $\varepsilon > 0$  uchun

$$|f(x) - A| = |x^2 - 9| = |x+3||x-3| < 7|x-3| < \varepsilon$$

tengsizlik o'rinli bo'lishi uchun  $|x-3| < \varepsilon/7$ , ya'ni  $\delta(\varepsilon) = \varepsilon/7$  deb olish mumkin.

Demak, limit ta'rifiga asosan,  $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9$  tenglik o'rinli bo'ladi.

Ta'rif: Agar har qanday katta  $N > 0$  son uchun shunday  $\delta = \delta(N) > 0$  son mavjud bo'lsaki,  $0 < |x-a| < \delta$  shartni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy  $x \in D\{f\}$  uchun  $|f(x)| > N$  tengsizlik o'rinli bo'lsa, unda  $y=f(x)$  funksiya  $x \rightarrow a$  ( $a$ -chekli son) bo'lganda cheksiz limitga ( $+\infty$  yoki  $-\infty$ ) ega deyiladi.

Ta'rifdagi tasdiq  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$  ko'rinishda yoziladi.

Masalan,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x^3 - 8)^2} = +\infty$$

ekanligini ko'rsatish mumkin. Bu yerda  $x \rightarrow 2$  bo'lgani uchun  $1 < x < 3$  deb olishimiz mumkin. Bu holda berilgan  $N > 0$  soni bo'yicha  $\delta = \delta(N) > 0$  sonini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(x^3 - 8)^2} &= \frac{1}{(x-2)^2(x^2 + 2x + 4)^2} > \frac{1}{(x-2)^2(3^2 + 2 \cdot 3 + 4)^2} = \\ &= \frac{1}{361(x-2)^2} > N \Rightarrow (x-2)^2 < \frac{1}{361N} \Rightarrow |x-2| < \frac{1}{19\sqrt{N}} = \delta(N) \end{aligned}$$

Demak, ta'rifga asosan, yuqoridagi limit cheksiz bo'ladi.

Ta'rif. Agar har qanday kichik  $\varepsilon > 0$  soni uchun shunday katta  $M = M(\varepsilon) > 0$  son mavjud bo'lsaki,  $|x| > M$  shartni qanoatlantiruvchi barcha  $x \in D\{f\}$  va biror chekli  $A$  soni uchun  $|f(x) - A| < \varepsilon$  tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $y=f(x)$  funksiya  $x \rightarrow \pm\infty$  bo'lganda chekli limitga ega deyiladi.

Bu tasdiq  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = A$  ko'rinishda yoziladi.

Masalan,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x} = 1$$

ekanligini ko'rsatamiz. Ixtiyoriy kichik  $\varepsilon > 0$  uchun

$$|f(x) - A| = \left| \frac{x+1}{x} - 1 \right| = \left| \frac{1}{x} \right| < \varepsilon \Rightarrow |x| > \frac{1}{\varepsilon} = M(\varepsilon),$$

ya'ni  $M(\varepsilon) = \varepsilon^{-1}$  deb olishimiz mumkin.

Bu yerdan, ta'rifga asosan, yuqoridagi limit qiymati haqiqatan ham birga teng ekanligi kelib chiqadi.

Ta'rif: Agar har qanday katta  $N > 0$  soni uchun shunday  $M = M(N)$  son mavjud bo'lsaki,  $|x| > M$  shartni qanoatlantiruvchi barcha  $x \in D\{f\}$  uchun  $|f(x)| > N$  tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $y = f(x)$  funksiya  $x \rightarrow \pm\infty$  bo'lganda cheksiz limitga ega deyiladi,

Ta'rifdagi tasdiq  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$  ko'rinishda yoziladi.

Masalan, ta'rifdan foydalanib,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^3 = \pm\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^2 = +\infty$  ekanligini ko'rsatish mumkin.

Teorema: Agar  $x \rightarrow a$  bo'lganda  $y = f(x)$  funksiya limiti mavjud bo'lsa, u holda bu limit yagona bo'ladi.

Isbot:

Teskarisini faraz qilaylik, ya'ni  $y = f(x)$  funksiya  $x \rightarrow a$  bo'lganda ikkita  $A$  va  $B$  limitlarga ega bo'lsin.

Unda, limit ta'rifiga ko'ra, har qanday kichik  $\varepsilon > 0$  son uchun shunday  $\delta_1 = \delta_1(\varepsilon) > 0$  va  $\delta_2 = \delta_2(\varepsilon) > 0$  sonlar topiladiki,  $0 < |x - a| < \delta_1$  va

$0 < |x - a| < \delta_2$  shartlarda  $|f(x) - A| < \varepsilon/2$  va  $|f(x) - B| < \varepsilon/2$  tengsizliklar bajariladi. Agar  $\delta = \min(\delta_1, \delta_2)$  deb olsak, unda  $0 < |x - a| < \delta$  bo'lganda yuqoridagi ikkala tengsizlik ham bajariladi va shu sababli, absolut qiymat xossalari asosan,

$$|A - B| = |A - f(x) + f(x) - B| \leq |f(x) - A| + |f(x) - B| < \varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi. Bu yerda  $\varepsilon > 0$  ixtiyoriy kichik son bo'lganidan va  $A, B$  sonlar  $x$  ga bog'liq emasligidan  $|A - B| = 0$ , ya'ni  $A = B$  ekanligi kelib chiqadi.

Demak funksiya limiti mavjud bo'lsa, u faqat yagona bo'ladi.

Ba'zi hollarda funksiyaning chap va o'ng limiti tushunchalari kerak bo'ladi.

Ta'rif:  $y = f(x)$  funksiyaning argumenti  $x$  qandaydir chekli  $a$  soniga faqat chap ( $x < a$ ) yoki o'ng ( $x > a$ ) tomondan yaqinlashib borganda ( $x \rightarrow a-0$  yoki  $x \rightarrow a+0$  kabi belgilanadi) funksiya limiti biror  $A_1$  yoki  $A_2$  sonidan iborat bo'lsa, bu sonlar funksiyaning  $a$  nuqtadagi chap yoki o'ng limiti deb ataladi.

$y = f(x)$  funksiyaning  $a$  nuqtadagi chap yoki o'ng limiti

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = f(a-0) \quad \text{yoki} \quad \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = f(a+0)$$

kabi belgilanadi. Masalan, signum funksiya deb ataladigan ushbu

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

funksiya uchun  $x = 0$  nuqtadagi chap va o'ng limitlar mos ravishda quyidagicha bo'ladi:

$$\text{sgn}(0-0) = \lim_{x \rightarrow 0-0} \text{sgn}(x) = \lim_{x \rightarrow 0-0} (-1) = -1,$$

$$\text{sgn}(0+0) = \lim_{x \rightarrow 0+0} \text{sgn}(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} 1 = 1.$$

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

1. Alixonov S. «Matematika o'qitish metodikasi». T., «O'qituvchi» 1992 yil.
2. Alixonov S. « Matematika o'qitish metodikasi » Qayta ishlangan II nashri.T.«O'qituvchi» 1997 yil.
3. Bikboeva N.U. v a b o shqalar «Boshlang'ich sinflarda m a t e m a tika o'qitish metodikasi», T., «O'qituvchi», 1996 yil.