

PARALLELOPIPED, KUB VA UNING ELEMENTLARI

Karimova Xalima Samatovna

Termiz davlat universiteti akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada umumiy o'rta ta'lim maktablari, akademik litsey va professional ta'lim geometriya kursida uchraydigan fazoviy geometrik shakllar va ularni xossalari keltirilgan.

Kalit so'zlar: Parallelepiped, qirra, uch, yoqlar, diagonal, asos, simmetriya markaz, sirt yuzi, asos perimetri, hajm, og'ma parallelepiped, to'g'ri burchakli parallelepiped.

Ikkita o'zaro teng $ABCD$ va $A_1B_1C_1D_1$ parallelogramm ikkita parallel tekislikda shunday joylashgan bo'lsinki, AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 kesmalar o'zaro parallel bo'lsin (1-chizma). U holda qarama-qarshi tomonlari o'zaro parallel to'rtburchaklar sifatida, ABB_1A_1 , BCC_1B_1 , CDD_1C_1 , DAA_1D_1 to'rtburchaklar ham parallelogrammlar bo'ladi.

1-ta'rif. Ikkita yog'i ikkita parallel tekisliklarda yotgan o'zaro teng parallelogrammlar, qolgan barcha yoqlari shu berilgan parallelogrammlarning mos tomonlari orqali o'tuvchi parallelogrammlardan iborat ko'pyoq parallelepiped deyiladi.

Parallelepiped yasalgan parallelogrammlar uning yoqlari, ularning tomonlari — parallelepipedning qirralari, parallelogrammlarning uchlari parallelepipedning uchlari deyiladi. Demak, parallelepipedning oltita yog'i, o'n ikkita qirrasi va sakkizta uchi bor. Parallelepipedning bitta qirrasi orqali o'tadigan yoqlari qo'shni yoqlar deb ataladi. Umumiy nuqtalarga ega bo'lmagan yoqlar qarama-qarshi yoqlar, parallelepipedning bitta yog'ida yotmagan ikkita uchi qarama-qarshi uchlar deyiladi (masalan, A va C_1 , D va B_1 va h.k.)- Parallelepipedning qarama-qarshi uchlarini tutashtiruvchi kesmalar uning diagonallari deyiladi (masalan, AC_1 , DB_1 , CA_1 , BD_1 kesmalar). Parallelepipedning to'rtta diagonali bor.

Parallelepipedning ixtiyoriy ikkita qarama-qarshi yog'ini asoslar deb atasak, uning qolgan yoqlari yon yoqlari bo'ladi.

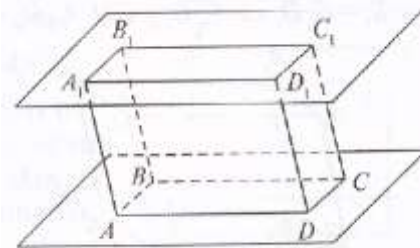
Parallelepipedlar uch xil bo'ladi:

- a) og'ma parallelepiped, uning barcha yoqlari parallelogrammlardan iborat;
- b) to'g'ri parallelepiped, uning yon qirralari asos tekisligiga perpendikular bo'ladi;
- d) to'g'ri burchakli parallelepiped, uning barcha yoqlari to'g'ri to'rtburchaklardan iborat.

(1-chizma)

2. Parallelepipedning xossalari.

l - t e o r e m a . Parallelepipedning qarama-qarshi yoqlari teng va o'zaro parallel bo'ladi.



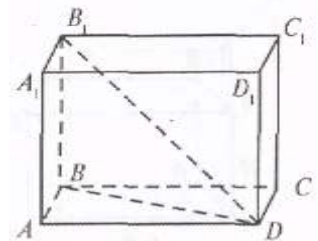
Isboti. Bizga barcha yoqlari parallelogrammdan iborat bo'lgan $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ paralelepiped (2- chizma) berilgan bo'lsin. U holda $AA_1 DD$ parallelogrammda $AA_1 \parallel DD_1, AA_1 = DD_1$ $AD \parallel A_1 D_1, AD = A_1 D_1$; $BB_1 C_1 C$ parallelogrammda $BC \parallel B_1 C_1, BC = B_1 C_1, BB_1 \parallel CC_1, BB_1 = CC_1$; $ABCD$ parallelogrammda $AD \parallel BC, AD = BC, AB \parallel CD, AB = CD$ bo'ladi. Shunday qilib, $AA_1 D$ va $B_1 BC$ burchaklarning mos tomonlari yo'nalishdosh va, demak, ular o'zaro tengdir: $\angle A_1 D = \angle B_1 BC$. $AA_1 D_1 D$ parallelogrammning ikkita qo'shni tomoni va ular orasidagi burchagi $BB_1 C_1 C$ parallelogrammning ikkita qo'shni tomoni va ular orasidagi burchagiga tengdir. Demak, $AA_1 D_1 D$ va $BB_1 C_1 C$ parallelogrammlar o'zaro teng. Bu yoqlar o'zaro parallel hamdir, chunki $AA_1 D_1 D$ yoqning ikkita o'zaro kesishuvchi AA_1 va AD tomonlari, mos ravishda, $BB_1 C_1 C$ yoqning BB_1 va BC tomonlariga paralleldir.

Parallelepipedning qolgan qarama-qarshi yoqlari juftliklarining parallelligi shunga o'xshash isbotlanadi.

2- t e o r e m a. Parallelepipedning diagonallari bitta nuqtada kesishadi va bu nuqtada teng ikkiga bo'linadi.

3- t e o r e m a. To'g'ri burchakli paralelepiped ixtiyoriy diagonalining kvadrati uning uchta o'lchamlari kvadratlari yig'indisiga teng.

Isbot: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ to'g'ri burchakli paralelepipedning barcha yoqlari (3- chizma) to'g'ri to'rtburchaklardir. Shu sababli uning asosida yotgan $ABCD$ to'g'ri to'rtburchakda AC va BD diagonallar o'zaro teng: $AC = BD$. U holda paralelepipedning diagonallari, teng proyeksiyalarga ega og'malar sifatida, o'zaro tengdir: $AC_1 = A_1 C = B_1 D = B D_1$. Shuning uchun teoremani faqat bitta diagonal uchun isbotlash yetarli.



To'g'ri burchakli $\triangle BB_1 D$ dan Pifagor teoremasiga ko'ra,

$$B_1 D^2 = BD^2 + BB_1^2; \text{ to'g'ri burchakli } \triangle ABD \text{ dan esa}$$

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \quad \text{ifodani hosil qilamiz. Agar } BB_1 = AA_1 \text{ ekanini hisobga olsak,}$$

$$\text{to'g'ri burchakli paralelepipedning diagonali uchun talab qilingan } B_1 D^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$$

ifodani olamiz. Teorema isbotlandi.

Parallelepiped sirtining yuzi.

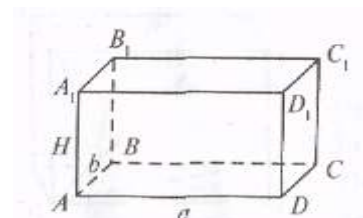
Parallelepiped yon sirtining yuzi deb, uning barcha yon yoqlari yuzlarining yig'indisiga, to'la sirtining yuzi deb, uning yon sirtining yuzi bilan asoslari yuzlarimng yig'indisiga aytiladi.

$$S = S_{\text{yon}} + 2S_{\text{asos}}$$

4- t e o r e m a. To'g'ri paralelepiped yon sirtining yuzi asosining perimetri bilan paralelepiped balandligining ko'paytmasiga teng:

$$S_{\text{yon}} = P_{\text{asos}} \cdot H$$

$S_{\text{yon}} = 2 \cdot a \cdot H + 2 \cdot b \cdot H$ bo'ladi. Parallelepiped asosining perimetri $P_{\text{asos}} = 2(a + b)$



bo'lganligidan, to'g'ri parallelepipedning yon sirti yuzi uchun talab qilingan, $S_{yon}=P_{asos} \cdot H$ formulani hosil qilamiz. Teorema isbotlandi.

3. To'g'ri burchakli parallelepipedning hajmi.

5 - t e o r e m a . To'g'ri burchakli parallelepipedning hajmi uning uchta o'lchami: uzunligi a , eni b va balandligi c ko'paytmasiga teng: $V=a \cdot b \cdot c$.

I s b o t i. Uchta holni tahlil qilamiz.

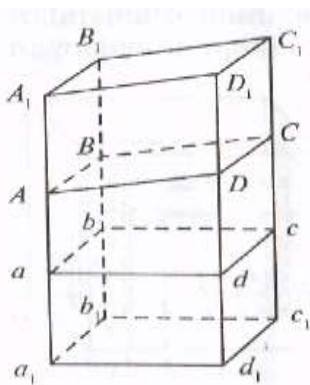
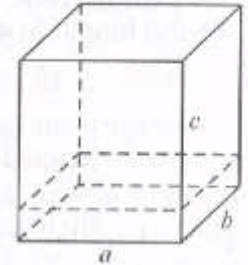
1-h o 1. a, b, c lar butun sonlar bo'lsin. a, b, c qirralarning har birini birlik kesmalarining butun soniga bo'lib chiqamiz (5-chizma).

So'ngra bo'linish nuqtalaridan parallelepipedning yoqlariga parallel tekisliklar o'tkazamiz. Natijada parallelepiped birlik kublarga bo'linadi (ya'ni chiziqli o'lchamlari 1 ga teng bo'lgan kublar).

U holda parallelepipedning asosidagi birinchi qatorda bunday kublarning soni $a \cdot b$ ta bo'ladi. Modomiki, parallelepipedning balandligi c ga teng ekan, bunday qatorlarning soni c ta bo'ladi. Shunday qilib, parallelepipedning hajmi

$V=a \cdot b \cdot c$ bo'ladi.

(5-chizma).



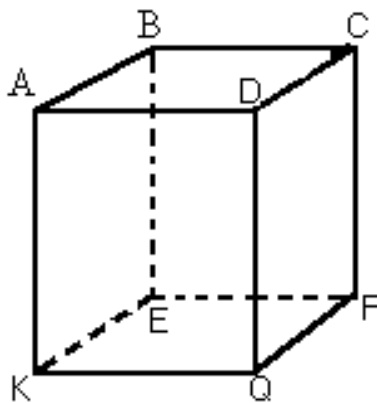
2- n a t i j a. To'g'ri burchakli parallelepipedning hajmi asosining yuzi bilan balandligining ko'paytmasiga teng:

$$V=S_{asos} \cdot H.$$

5.Kub

Agar ko'pyoqning o'zi uni chegaralovchi tekisliklarning har biridan bir tomonda yotsa, bunday ko'pyoq qavariq ko'pyoq deyiladi. Qavariq ko'pyoqning sirti bilan uni chegaralab turgan tekislikning umumiy qismi yoq, ko'pyoqlarning tomonlari uning qirralari, uchlari esa ko'pyoqning uchlari deyiladi.

Masalan, kub – qavariq ko'pyoqdir (6- rasm).



6-rasm.

Uning sirti 6 ta kvadratdan tashkil topgan: ABCD; BEFC; AKQD; CDQF; KEFQ; ABEK.

Bu kvadratlar kubning yoqlaridir. Kvadratlarning AB, BC, BE, ... tomonlari kubning qirralari bo'ladi. Kvadratlarning A, B, C, D, E, F, Q, K uchlari kubning uchlari bo'ladi.

Kubda 6 ta yoq, 12 ta qirra va 8 ta burchak bor.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Husanov J. Nasimov X.A, Shamsiddinov N.B. Geometriya./Akademik litseylar uchun darslik. 1-qism.-Toshkent: 2022
2. Husanov J. Nasimov X.A, Shamsiddinov N.B. Geometriya./Akademik litseylar uchun darslik. 2-qism.-Toshkent: 2022