ANIQ INTEGRAL VA NYUTON-LEYBNITS FORMULASI

Chorshanbiyeva Orzigul Safar qizi
Almuratov Sirojiddin Shamsiddin o'g'li
Jarqurg'on tumani 2- son politexnikumi Matematika oqituvchisi

Annotatsiya: *Matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan aniq integral va uning asosiy xususiyatlari ko‘plab amaliy masalalarni yechishda qo‘llaniladi. Ushbu maqolada aniq integral tushunchasi, uning geometrik ma'nosi va Nyuton-Leybnits formulasining asosiy qo‘llanilishlariga to‘xtalib o‘tamiz.*

Kalit so’zlar: *Nyuton-Leybnits, aniq integral, f(x), F(x), dx, [a,b], bo’laklab integrallash, iqtisodiy masalalar.*

KIRISH

Aniq integral tushunchasi

Integral hisoblash nazariyasida aniq integral quyidagi ko‘rinishda tasvirlanadi:

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

bu yerda:

• f(x) -berilgan funksiyaning aniqlangan oralig‘dagi qiymati,
• [a,b] -integralning aniqlanish oralig‘i,
• dx -funksiyaning o‘zgaruvchisi.

Aniq integralni geometrik jihatdan tushunish uchun uni f(x) funksiyasining grafigi ostidagi [a,b] oralig‘idagi yuzani hisoblash deb qarash mumkin. Agar f(x) funksiya musbat bo‘lsa, integral qiymati grafigi ostidagi yuzaning maydoniga teng bo‘ladi.

ASOSIY QISM.

Nyuton-Leybnits formulasi

Nyuton-Leybnits formulasi integral hisoblashning asosiy teoremasi hisoblanadi. Aniq integralni hisoblashning asosiy vositalaridan biri bu Nyuton-Leybnits formulasi bo‘lib, u integral va hosila tushunchalari orasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatadi.

Nyuton-Leybnits teoremasiga ko‘ra, agar f(x) uzluksiz bo‘lsa va uning F(x) iborasi f(x) ning boshlang‘ich funksiyasi bo‘lsa, quyidagi tenglik o‘rinlidir:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

bu yerda:

F(x)-f(x) funksiyaning biror bir dastlabki integrali, ya’ni F′(x)=f(x).

Bu formula integralni hisoblashni ancha osonlashtiradi, chunki u funksiyaning dastlabki integralini topib, chegaraviy nuqtalardagi qiymatlarni ayirishni talab qiladi.

Nyuton-Leybnits formulasi qoʻllanilishi.

Nyuton-Leybnits formulasini qoʻllash uchun quyidagi bosqichlar bajariladi:

1. Boshlangʻich funksiyani topish: Berilgan f(x) funksiyasining boshlangʻich funksiyasi F(x) ni hisoblash.
2. Chegaralarda qiymatlarni qoʻllash: F(x) ning x=b va x=a dagi qiymatlarini aniqlash.
3. Farqni olish: F(b)-F(a) ni hisoblash.

Shunday qo’yilib, aniq integralni hisoblash uchun ham, aniqmas integraldagidek, boshlang’ich funktsiyani topish kerak ekan.

Bunday masala bilan aniqmas integralni hisoblashda to’laroq shug’ullandik.

Demak, aniqmas integralni hisoblashdagi hamma formula va usullar o’z kuchida qolib, undan aniq integralni hisoblashda ham foydalanamiz.

4

1-misol. $\int x^2dx$ integralni hisoblang.

1

4x3 4 43 1 64 1 63

Yechish. 1 □ x2dx □ 3 | 1 □ 3 □ 3 □ 3 □ 3 □ 3 □ 21.

Eslatma: [132]y□ x_2 funktsiyaning x3 — boshlang’ich funktsiyasini oldik, buning

3

x3

o’rniga ixtiyoriy —□C boshlang’ich funktsiyasini olganda ham natija bir xil 3

bo’ladi. Haqiqatan, ham

□x[133] □ 4□13 | $\frac{4^3}{3}$ □ 64 1 63

□□□ —3 □C□□C□□ 3 □C□□□— 3 □C□3□C □ 3 □21

—□ 1□

bo’ladi. Shuning uchun bundan keyin C□[134] bo’lgan boshlang’ich funktsiyani olamiz.

5

2-misol. $\int x\sqrt{x□4}dx$ integralni hisoblang:

0

[132] Demak, aniq integralda o’zgaruvchini almashtirilganda o’zgaruvchilar bo’yicha uning integrallash chegaralarini ham almashtirib olinsa, aniqmas integraldagidek oldingi o’zgaruvchiga qaytish kerak emas.

[133] -misol. $\int x\sin x dx$ integralni hisoblang.

[134] Yechish: Bo’laklab integrallash

Yechish; $\sqrt{x+4}=t$ almashtirish olamiz, $x=t^2-4$, $dx=2tdt$ bo'lib, $x=0$ bo'lganda, $0+4=t$, $t=2$, $5+4=t$, $t=3$ bo'ladi.

Shunday qilib,

$$\int_0^5 x\sqrt{x+4}\,dx=\int_2^3 (t^2-4)t\,2tdt=\int_2^3 (2t^4-8t^2)dt=2\int_2^3 t^4dt-8\int_2^3 t^2dt=2\frac{t^5}{5}\Big|_2^3-8\frac{t^3}{3}\Big|_2^3=$$

$$=\frac{2}{5}(3^5-2^5)-\frac{8}{3}(3^3-2^3)=\frac{2}{5}\cdot 211-\frac{8}{3}\cdot 19=\frac{506}{15}=33\frac{11}{15}.$$

$$\int_a^b u\,dv=uv\Big|_a^b-\int_a^b v\,du$$

formulasidan foydalanamiz:

$$\int_0^\pi x\sin x\,dx=\left|\begin{matrix}u=x & du=dx\\ dv=\sin x\,dx & v=-\cos x\end{matrix}\right|=-x\cos x\Big|_0^\pi+\int_0^\pi \cos x\,dx=-(\pi\cos\pi-0)+\sin x\Big|_0^\pi=$$

$$=-\pi\cdot(-1)+\sin\pi-\sin 0=\pi.$$

Iqtisodiy masalalar: Iqtisodiyotda daromad va xarajat funksiyalari bo'yicha umumiy foyda yoki zarar hajmini hisoblashda ham integral hisoblash qo'llaniladi.

XULOSA

Nyuton-Leybnits formulasi integral hisoblashning asosiy vositalaridan biri bo'lib, u matematik, fizik va iqtisodiy masalalarni hal qilishda keng qo'llaniladi. Ushbu formula yordamida murakkab masalalarni oson va tezkor yechish imkoniyati mavjud. Shu sababli, integral hisoblashni puxta o'zlashtirish turli fanlar bo'yicha dolzarb vazifalarni hal qilishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. G.F. Berman. Matematik analiz kursi: I qism. – Toshkent: O'zbekiston Milliy Ensiklopediyasi, 2003.
2. Sh. N. Buriev, B. H. Saidov. Oliy matematika asoslari. – Toshkent: Fan va Texnologiya, 2015.
3. Kudryavtsev L.D.. Matematicheskiy analiz: uchebnik. – Moskva: Prosveshchenie, 2001.
4. Spivak M.. Calculus. – Cambridge: Cambridge University Press, 1994.

5. Anton H., Bivens I., Davis S.. Calculus: Early Transcendentals. 11th Edition – Wiley, 2016.

6. Internet resurslar:

o Paul's Online Math Notes: www.mathnotes.com o Wolfram MathWorld: www.wolfram.com