

CHIZIQLI VA KVADRATIK MODELLASHTIRISH: NAZARIY ASOSLAR VA AMALIY QO'LLANILISHI

Bekmuratova Gulbahor

1-sonli politexnikum Matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: *Mazkur maqolada matematik va statistik modellash tirishda keng qo'llaniladigan chiziqli va kvadratik modellar mohiyati, ularning nazariy asoslari hamda amaliy qo'llanilish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Chiziqli modellash tirish oddiy bog'lanishlarni ifodalashda samarali bo'lsa, kvadratik modellash tirish murakkabroq, egri chiziqli jarayonlarni tavsiflashda muhim ahamiyat kasb etadi. Maqolada modellarni qurish bosqichlari, parametrlarni baholash usullari va real jarayonlarda qo'llash misollari yoritilgan.*

Kalit so'zlar: *matematik modellash tirish, chiziqli model, kvadratik model, regressiya tahlili, prognozlash.*

KIRISH

Zamonaviy ilm-fan va texnologiyalar rivojida matematik modellash tirish muhim metodologik vositalardan biri sifatida e'tirof etiladi. Turli sohalarda – iqtisodiyot, texnika, tabiiy fanlar, ijtimoiy jarayonlar va ta'lim tizimida – real jarayonlarni chuqur o'rganish, ularning ichki qonuniyatlarini aniqlash va kelgusidagi holatini bashorat qilish modellash tirish orqali amalga oshiriladi. Matematik modellar murakkab real jarayonlarni soddalashtirilgan shaklda ifodalab, ularni tahlil qilish va natijalar asosida ilmiy xulosalar chiqarish imkonini beradi.

Modellash tirish jarayonida eng ko'p qo'llaniladigan yondashuvlardan biri regressiya tahliliga asoslangan chiziqli va kvadratik modellardir. Chiziqli modellash tirish o'zgaruvchilar o'rtasidagi to'g'ri proporsional bog'lanishni ifodalab, soddaligi va hisoblash qulayligi bilan ajralib turadi. Ushbu model yordamida jarayonlarning umumiy yo'nalishi, o'sish yoki kamayish tendensiyalari aniqlanadi. Ayniqsa, iqtisodiy ko'rsatkichlarni baholash, texnologik jarayonlar samaradorligini tahlil qilish hamda ta'lim jarayonida natijalarni prognozlashda chiziqli modellar keng qo'llaniladi.

Biroq real hayotdagi jarayonlar ko'pincha murakkab va chiziqli bo'lmagan xarakterga ega bo'ladi. Bunday holatlarda kvadratik modellash tirish muhim ahamiyat kasb etadi. Kvadratik modellar o'zgaruvchilar o'rtasidagi egri chiziqli bog'lanishni aks ettirib, jarayonlarning tezlashishi yoki sekinlashishini aniqroq tasvirlash imkonini beradi. Ushbu modellar yordamida ekstremal nuqtalar – maksimum va minimum qiymatlar aniqlanib, optimal yechimlar topiladi. Masalan, ishlab chiqarish hajmini optimallashtirish, iqtisodiy xarajatlarni minimallashtirish yoki tabiiy jarayonlarning rivojlanish bosqichlarini aniqlashda kvadratik modellash tirish samarali hisoblanadi.

Chiziqli va kvadratik modellarni taqqoslash orqali ularning afzalliklari va cheklovlarini aniqlash ilmiy tadqiqotlarda muhim hisoblanadi. To'g'ri tanlangan model tadqiqot natijalarining ishonchliligini oshiradi va prognozlash aniqligini ta'minlaydi.

Shu sababli, jarayonida xususiyati, hajmi va bog'lanish darajasi hisobga olinishi zarur.

$y = ax + b$

modellashtirish
ma'lumotlarning
o'zgaruvchilar o'rtasidagi

Mazkur maqolada chiziqli va kvadratik modellashtirishning nazariy asoslari, ularning o'ziga xos jihatlari hamda amaliy qo'llanilish imkoniyatlari yoritiladi. Tadqiqot natijalari modellashtirish usullarini to'g'ri tanlash va ularni ilmiy-amaliy masalalarda samarali qo'llashga xizmat qiladi.

ASOSIY QISM

Matematik modellashtirish jarayonlarni tahlil qilish va prognozlashda eng samarali ilmiy usullardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, chiziqli va kvadratik modellar real jarayonlar o'rtasidagi bog'lanishlarni ifodalashda keng qo'llaniladi. Ushbu modellar statistik ma'lumotlarga asoslanib, jarayonlarning umumiy qonuniyatlarini aniqlash imkonini beradi.

1. Chiziqli modellashtirishning mohiyati va qo'llanilishi

Chiziqli modellashtirish ikki yoki undan ortiq o'zgaruvchilar o'rtasidagi to'g'ri proporsional bog'lanishni ifodalaydi. Uning matematik ifodasi quyidagi ko'rinishga ega:

Bu yerda bog'liq o'zgaruvchi qiymati mustaqil o'zgaruvchi qiymatiga chiziqli tarzda bog'liq bo'ladi. Chiziqli modelning asosiy afzalligi — uning soddaligi va natijalarni talqin qilishning qulayligidir. Koeffitsient a o'zgaruvchining o'sish yoki kamayish tezligini, b esa boshlang'ich qiymatni ifodalaydi.

Chiziqli modellar iqtisodiyotda daromad va xarajatlar o'rtasidagi bog'lanishni tahlil qilishda, ta'lim sohasida o'quvchining bilim darajasi va o'qish vaqti o'rtasidagi munosabatni aniqlashda, muhandislikda texnologik jarayonlarning samaradorligini baholashda keng qo'llaniladi. Statistik ma'lumotlar asosida qurilgan chiziqli model yordamida kelajakdagi ko'rsatkichlarni prognozlash mumkin.

2. Regressiya koeffitsientlarini baholash usullari

Chiziqli va kvadratik modellar parametrlarini aniqlashda eng ko'p qo'llaniladigan usul — kichik kvadratlar usulidir. Ushbu usul real kuzatilgan qiymatlar bilan model orqali hisoblangan qiymatlar o'rtasidagi farqlar kvadratlarining yig'indisini minimallashtirishga asoslanadi:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Mazkur mezon modelning statistik ishonchliligini oshirishga xizmat qiladi. Kichik kvadratlar usuli yordamida olingan regressiya koeffitsientlari ma'lumotlar to'plamiga

eng mos keluvchi chiziq yoki egri chiziqni aniqlaydi. Bu esa modellashtirish natijalarining aniqligini ta'minlaydi.

3. Kvadratik modellashtirishning xususiyatlari

Real jarayonlar ko'pincha chiziqli bo'lmagan xarakterga ega bo'lib, bunday holatlarda kvadratik modellashtirish qo'llaniladi. Kvadratik model quyidagi matematik ifoda bilan tavsiflanadi:

Kvadratik modellashtirish jarayonlarning tezlashuvi yoki sekinlashuvini, shuningdek, maksimal yoki minimal nuqtalarga ega bo'lishini aks ettiradi. Bu model yordamida jarayonlarning egri chiziqli rivojlanishi aniqroq tasvirlanadi. Masalan, ishlab chiqarish hajmi dastlab oshib, ma'lum bir nuqtadan so'ng kamayishi mumkin, bu holat kvadratik model orqali samarali ifodalanadi.

Kvadratik modelning muhim jihatlaridan biri — ekstremum nuqtaning mavjudligidir. Ushbu nuqta quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Bu formula yordamida jarayonning optimal holati aniqlanadi. Iqtisodiyotda foydani maksimal qilish, xarajatlarni minimallashtirish, texnikada esa optimal ish rejimini belgilashda ushbu yondashuv muhim ahamiyatga ega.

4. Chiziqli va kvadratik modellarni taqqoslash

Chiziqli va kvadratik modellarni taqqoslash shuni ko'rsatadiki, chiziqli modellar soddaligi va tezkorligi bilan ajralib tursa, kvadratik modellar murakkab jarayonlarni aniqroq tavsiflaydi. Agar kuzatuv ma'lumotlari deyarli to'g'ri chiziq bo'ylab joylashgan bo'lsa, chiziqli model yetarli bo'ladi. Biroq ma'lumotlar egri chiziqli tendensiyaga ega bo'lsa, kvadratik model qo'llanilishi maqsadga muvofiq hisoblanadi.

$$X_0 = -\frac{b}{2a}$$

Amaliy tadqiqotlarda ko'pincha dastlab chiziqli model qurilib, keyinchalik natijalar tahliliga ko'ra kvadratik modelga o'tiladi. Bu yondashuv ilmiy asoslangan qarorlar qabul qilish imkonini beradi.

5. Amaliy misollar orqali modellashtirish

Ta'lim jarayonida o'quvchilarning o'zlashtirish darajasi va mashg'ulotlar soni o'rtasidagi bog'lanish chiziqli model orqali baholanishi mumkin. Agar ma'lum bir bosqichdan so'ng natijalarning pasayishi kuzatilsa, kvadratik model yordamida

optimal mashg'ulot soni aniqlanadi. Xuddi shuningdek, iqtisodiy jarayonlarda ham ishlab chiqarish samaradorligi va xarajatlar o'rtasidagi munosabat kvadratik modellashtirish orqali tahlil qilinadi.

Shunday qilib, chiziqli va kvadratik modellashtirish usullari ilmiy tadqiqotlarda muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega bo'lib, ularni to'g'ri tanlash tadqiqot natijalarining ishonchliligini ta'minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных. – М.: Финансы и статистика, 2010. – 471 с.
2. Дрейпер Н. Р., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. – М.: Вильямс, 2007. – 912 с.
3. Montgomery D. C., Peck E. A., Vining G. G. Introduction to Linear Regression Analysis. – New York: Wiley, 2012. – 672 p.
4. Weisberg S. Applied Linear Regression. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2005. – 310 p.
5. Seber G. A. F., Lee A. J. Linear Regression Analysis. – New York: Wiley, 2003. – 557 p.
6. Kutner M. H., Nachtsheim C. J., Neter J., Li W. Applied Linear Statistical Models. – New York: McGraw-Hill, 2005. – 1396 p.