

SONNING BUTUN VA KASR QISMINING AHAMIYATI

Nuritdinov Jalolxon Tursunboy o'g'li

QDPI Matematika kafedrası o'qituvchisi

Raximberdiyeva Yulduzxon Saminjon qizi

QDPI Matematika informatika yo'nalishi talabasi

Annotatsiya: *Ushbu maqolada sonning butun va kasr qismi tahlil qilinadi. Sonning butun va kasr qismi ta'rif, sonning butun qismi va kasr qismi xossalari ko'rib chiqiladi. Shuningdek, sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalar yechish va ularning natijalari batafsil yoritiladi. Maqola sonning butun va kasr qismini tadqiq qilishda muhim nazariy asoslarni va amaliy qo'llanmalarga oid tavsiyalarni o'z ichiga oladi.*

Kalit so'zlar: *sonning butun qismi, sonning kasr qismi, haqiqiy son, sonning butun va kasr qismi xossalari, tenglamalar.*

Аннотация: *В данной статье анализируются целая и дробная части числа. Рассматриваются определение целой и дробной частей числа, свойства целой и дробной частей числа. Также подробно описывается решение уравнений с целой и дробной частями числа и их результаты. Статья содержит важные теоретические основы и рекомендации для практического применения при изучении целой и дробной частей числа.*

Ключевые слова: *целая часть числа, дробная часть числа, действительное число, свойства целой и дробной частей числа, уравнения.*

Abstract: *This article analyzes the integer and fractional parts of a number. It considers the definition of the integer and fractional parts of a number, the properties of the integer and fractional parts of a number. It also describes in detail the solution of equations with the integer and fractional parts of a number and their results. The article contains important theoretical foundations and recommendations for practical application in studying the integer and fractional parts of a number.*

Keywords: *integer part of a number, fractional part of a number, real number, properties of the integer and fractional parts of a number, equations.*

Matematikadan misol va masalalarni yechishda, uni biroz bo'lsada tahlil qilish muhim ahamiyatga ega.

Bu holat o'quvchilarda mantiqiy fikrlashni rivojlantiradi.

Bunday masalalar qatoriga sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglama va tengsizliklar hamda ularning sistemalari misol bo'la oladi.

Biz avvalo qoldikli bo'lishni ko'rib chiqaylik:

Teorema. (qoldikli bo'lish) Har qanday $a \in Z$ va $b \in N$ sonlari uchun

$$a = bq + r \quad (1)$$

Tenglikni qanoatlantiruvchi q va r ($0 \leq r < b$) butun sonlar mavjud va ular yagona ravishda aniqlanadi [1].

Isbot: Mavjudligi. bq son a dan katta bo'lmagan, b ga bo'linuvchi eng katta natural son bo'lsin, u holda

$$bq \leq a < bq + b$$

bu tengsizlikning ikkala tomoniga $-bq$ ni qo'shsak,

$$0 \leq a - bq < b$$

hosil bo'ladi. Agar

$$r = a - bq$$

deb olsak, $a = bq + r$ ni hosil qilamiz.

Yagonaligi. Faraz qilaylik

$$a = bq_1 + r_1, \quad 0 \leq r_1 < b,$$

$$a = bq_2 + r_2, \quad 0 \leq r_2 < b,$$

munosabatlar o'rinli bo'lsin. U holda bu tengliklarning ayirmasidan

$$0 = b(q_1 - q_2) + (r_1 - r_2) \quad \text{kelib chiqadi.}$$

Bundan, $r_1 - r_2 = b(q_2 - q_1)$ hosil bo'ladi, demak $b|(r_1 - r_2)$ kelib chiqadi. Lekin $|r_1 - r_2| < b$ bo'lgani uchun $b|(r_1 - r_2)$ shart faqatgina $r_1 - r_2 = 0$, yani $r_1 = r_2$ bo'lgandagina bajariladi. Bundan esa $q_1 = q_2$ ekanligi kelib chiqadi.

Teoremadagi tenglikka sonlarni qoldiqli bo'lish va undagi q songa bo'linma, r songa esa qoldiq deyiladi.

Qoldiqli bo'lish teoremasiga asosan har qanday $a \in Z$ va $b \in N$ uchun

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

Bog'lanish mavjud va yagona. (1) ning ikkala tomonini b ga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}, \quad 0 \leq \frac{r}{b} < 1$$

Demak, q son $\frac{a}{b}$ kasr sonidan kichik bo'lgan butun sonlarning eng kattasi ekan.

Ta'rif. Haqiqiy a sonining butun qismi deb, a dan katta bo'lmagan butun sonlarning eng kattasiga aytiladi va u $[a]$ yoki $E(a)$ orqali belgilanadi

O'qilishi: " a ning butun qismi" yoki "antye" (fransuzcha *entire* - butun) [2].

Misol. $[3] = 3$; $[4.8] = 4$; $[-2] = -2$; $[-5.3] = -6$

Ta'rif: Sonning kasr qismi deb, uning noldan kichik emas, ammo birdan kichik qismiga aytiladi va $\{x\}$ kabi belgilanadi [2].

Misol. $\{5,6\} = 0,6$; $\{3,1\} = 0,1$; $\left\{\frac{9}{2}\right\} = \frac{1}{2}$; $\{-3,2\} = 0,8$;

Sonning kasr qismining ta'rifidan ko'rinib turibdiki, $0 \leq \{x\} < 1$ tengsizlik o'rinli.

Har qanday haqiqiy x sonni: $x = [x] + \{x\}$ ko'rinishda ifodalash mumkin.

Sonning butun qismi quyidagi xossalarga ega:

1-xossa. Sonning butun qismi uchun ushbu

$$[x + y] \geq [x] + [y] \quad (2)$$

tengsizlik o'rinli [3].

Isbot. Har qanday son o'zining butun va kasr qismlari yig'indisidan iborat bo'lgani uchun

$$x = [x] + \{x\} \quad \text{va} \quad y = [y] + \{y\}$$

tengliklar o'rinli bo'lib, bu tengliklarga ko'ra

$$[x + y] = [[x] + \{x\} + [y] + \{y\}]$$

ammo $[x] + [y]$ – butun son bo'lgani uchun

$$[x + y] = [x] + [y] + [\{x\} + \{y\}]$$

Son tuilishining ta'rifiga ko'ra

$$0 \leq \{x\} < 1 \text{ va } 0 \leq \{y\} < 1$$

Shuning uchun
$$0 \leq \{x\} + \{y\} < 2$$

Bu tengsizligimizdan $[\{x\} + \{y\}]$ ifodaning qabul qiluvchi qiymatlari 0 yoki 1 dan iborat bo'lgani uchun isbotlanishi talab etilgan

$$[x + y] \geq [x] + [y]$$

tengsizliklarning o'rinli bo'lishini ko'ramiz.

2-xossa. Agar $x > 0$ va n natural son bo'lsa, u holda $\left[\frac{[x]}{n}\right] = \left[\frac{x}{n}\right]$ bo'lishini isbotlang

[4].

Isbot: Ravshanki, $(\alpha; \beta)$ oraliqda $[\beta] - [\alpha]$ ta butun sonlar joylashgan. Haqiqatan ham, agar m butun son $\alpha < m < \beta$ tengsizlikni qanoatlantirsa, u holda $[\alpha] + 1 \leq m < [\beta]$.

Huddi shunday $(\alpha; \beta)$ oraliqda $\left[\frac{\beta}{x}\right] - \left[\frac{\alpha}{x}\right]$ ta berilgan $x > 0$ ga karrali sonlar joylashgan.

x dan kichik va n ga bo'linadigan natural sonlarni qaraymiz. Bunday sonlar jami $\left[\frac{x}{n}\right] = \left[\frac{x}{n}\right] - \left[\frac{0}{n}\right]$ ta. Ammo $[x]$ dan katta bo'lmagan va n ga bo'linadigan sonlar ham $\left[\frac{x}{n}\right]$ ta. Tenglik isbotlandi.

Teorema. (Xermit formulasi) n natural, x haqiqiy sonlar uchun

$$[nx] = [x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \left[x + \frac{2}{n}\right] + \dots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right] \quad (3)$$

tenglik o'rinli [5].

Isbot:
$$f(x) = [x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \left[x + \frac{2}{n}\right] + \dots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right] - [nx]$$

funksiyani qaraylik. U holda

$$f\left(x + \frac{1}{n}\right) = \left[x + \frac{1}{n}\right] + \left[x + \frac{2}{n}\right] + \dots + [x+1] - [nx+1] = f(x)$$

chunki, $\forall m \in \mathbb{Z}$ uchun $[x+m] = [x] + m$ tenglik o'rinli. Bundan $[x+1] = [x] + 1$;

$[nx+1] = [nx] + 1 \rightarrow f\left(x + \frac{1}{n}\right) = f(x)$ bo'ladi. Demak, $f(x)$ funksiya davriy funksiya va u

$x \in \left[0; \frac{1}{n}\right)$ da nolga tengligini tekshirish qiyin emas.

Bundan kelib chiqadiki $f(x)$ funksiya barcha x larda nolga teng.

Agar $n=2$ bo'lsa,
$$[2x] = [x] + \left[x + \frac{1}{2}\right]$$

$$\text{Agar } n=2 \text{ bo'lsa } [3x] = [x] + \left[x + \frac{2}{3} \right]$$

.....

$$\text{Agar } n=n \text{ bo'lsa } [nx] = [x] + \left[x + \frac{1}{n} \right] + \left[x + \frac{2}{n} \right] + \dots + \left[x + \frac{n-1}{n} \right]$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Teorema isbotlandi.

3-xossa. Sonning butun qismi uchun $x, y \in R$ bo'lganda,

$$[x + y] \geq [x] + [y] \quad (4)$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

Isbot:

Har qanday son o'zining butun va kasr qismlari yig'indisidan iborat bo'lgani uchun

$$x = [x] + \{x\} \text{ va } y = [y] + \{y\}$$

tengliklar o'rinli bo'lib, bu tengliklarga ko'ra

$$[x + y] = [[x] + \{x\} + [y] + \{y\}]$$

ammo $[x] + [y]$ - butun son bo'lgani uchun

$$[x + y] = [x] + [y] + [\{x\} + \{y\}]$$

son tuilishining ta'rifiga ko'ra

$$0 \leq \{x\} < 1 \text{ va } 0 \leq \{y\} < 1$$

shuning uchun $0 \leq \{x\} + \{y\} < 2$

bu tengsizligimizdan $[\{x\} + \{y\}]$ ifodaning qabul qiluvchi qiymatlari 0 yoki 1 dan iborat bo'lgani uchun isbotlanishi talab etilgan.

$$[x + y] \geq [x] + [y]$$

tengsizliklarning o'rinli bo'lishini ko'ramiz.

Bizga bir tenglamada butun va kasr qismi qatnashgan tenglama berilgan bo'lsa, uni yechish uchun butun qismni kasr qismga aylantirishimiz yoki kasr qismni butun qismga aylantirsak ancha qulayroq bo'ladi. Bunday tenglamalarni bir nechtasini ko'rib chiqamiz.

1-misol. $2^x = 3^{[x]} \cdot 4^{\{x\}}$ tenglamani yeching.

Yechim. Bu tenglamagani logarifm ikki asosga ko'ra o'tamiz.

$$x = [x] \log_2 3 + 2\{x\} \rightarrow \begin{cases} [x] = n, n \in Z \\ n \leq x < n + 1 \\ x = n \log_2 3 + 2(x - n) \end{cases}$$

soddalashtiramiz

$$\begin{cases} n \leq x < n + 1 \\ x = 2n - n \log_2 3 \end{cases}$$

$$n \leq 2n - n \log_2 3 < n + 1$$

$$0 \leq n - n \log_2 3 < 1$$

$$0 \leq n(1 - \log_2 3) < 1$$

$$\frac{1}{1 - \log_2 3} < n \leq 0$$

Ushbu qo'sh tengsizlikni yechimi $n_1 = -1$, $n_2 = 0$. Bu qiymatlarni olib borib qo'yamiz $x = \log_2 3 - 2$ va $x = 0$ ga teng bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Ayupov .Sh.A, Omirov.B.A, Xudoyberdiyev.A.X, Haydarov .F.H. "Algebra va sonlar nazariyasi" –Toshkent 2019. 243-b
2. Abduhamidov.A. U, Nasimov.H. A, Nosirov U. M, Husanov.J. H. "Algebra va matematik analiz asoslari" I-qism.- Toshkent: O'qituvchi 2008. 59-62-b.
3. Nuritdinov, J., & Tashxodjayev, A. (2024). TO'PLAMLAR USTIDA BAJARILADIGAN MINKOVSKIY AMALLARINI O'QITISHNING ZAMONAVIY METODLARI. QO'QON UNIVERSITETI XABARNOMASI, 13, 174–177. <https://doi.org/10.54613/ku.v13i.1052>
4. Nuritdinov, J., & Muhammadjonova, N. (2024). TARTIB AKSIOMALARINING GEOMETRIK TASDIQLARNI ASOSLASHDA QO'LLANILISHI. University Research Base, 835–838. Retrieved from <https://scholar.kokanduni.uz/index.php/rb/article/view/737>
5. Nuritdinov, J. (2024). TO'G'RI CHIZQDAGI KESMALARNING MINKOVSKIY AYIRMASI. University Research Base, 830–834. Retrieved from <https://scholar.kokanduni.uz/index.php/rb/article/view/736>
6. Nuritdinov, J., & Sharifjonova, M. (2024). LOBACHEVSKIY GEOMETRIYASINING BA'ZI MASALALARI TAHLILI. University Research Base, 869–874. Retrieved from <https://scholar.kokanduni.uz/index.php/rb/article/view/745>
7. Жалолхон Нуритдинов Турсунбой ўғли. (2023). ТЕКИСЛИКДА БЕРИЛГАН ЭЛЛИПСЛАР МИНКОВСКИЙ АЙИРМАСИ. QO'QON UNIVERSITETI XABARNOMASI, 1(1), 105–113. <https://doi.org/10.54613/ku.v1i1.312>
8. Маматов, М. Ш., Нуритдинов, Ж. Т., & Эсонов, Э. Э. (2021). Дифференциальные игры дробного порядка с распределенными параметрами. Проблемы управления и информатики, 4, 39.
9. Jalolxon Nuritdinov Tursunboy ugli (2020). Determining the Minkowski Difference and Sum of Some Sets. Solid State Technology, 2235-2240.
10. Jalolxon Nuritdinov Tursunboy o'g'li, Nematov Bexruzбек Bobomurod o'g'li, Abdurashidov Abduhalil Inomjon o'g'li. (2024). MERSENN SONLARI HAQIDA. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13894999>
11. Nuritdinov, J., Kakharov, S., & Tashxodjayev, A. (2024, November). Application of Minkowski operator in artificial intelligence tasks. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3244, No. 1). AIP Publishing.

12. Nuritdinov, J. T., & Nematov, B. B. (2024). NEW METHODS FOR DETERMINING WHETHER A SUFFICIENTLY LARGE NATURAL NUMBER IS PRIME OR COMPOSITE. *International journal of medical sciences*, 4(11), 177-181.
13. Nuritdinov, J. T., Kakharov, S. S., & Dagur, A. (2024). A new algorithm for finding the Minkowski difference of some sets. In *Artificial Intelligence and Information Technologies* (pp. 142-147). CRC Press.
14. Jalolxon, N., Amurullo, U., & Nuriddin, U. (2024). DEMOGRAFIK KO'RSATKICHLAR VA ISHSIZLIK ORASIDAGI BOG 'LIQLIKNING EKONOMETRIK TAHLILI. *Kokand University Research Base*, 833-836.
15. Jalolxon, N., & Zuhridin, E. (2024). AHOLI DAROMADI VA YALPI ICHKI MAXSULOT BOG 'LIQLIGINING EKONOMETRIK TAHLILI. *Kokand University Research Base*, 844-847.
16. Nuritdinov, J. T. (2024). MINKOWSKI DIFFERENCE OF n -DIMENSIONAL CUBES. *Kokand University Research Base*, 419-422.
17. Mamatov, M., & Nuritdinov, J. (2024). ON THE GEOMETRIC PROPERTIES OF THE MINKOWSKI OPERATOR. *International Journal of Applied Mathematics*, 37(2), 175-185.
18. Nuritdinov, J. T. (2022). About the Minkowski difference of squares on a plane. *Differential Geometry-Dynamical Systems*, 24.
19. Nuritdinov, J. T., & Azimova, T. E. (2024). AYRIM SONLARNI KO'PAYTIRISHNING SODDA USULLARI. *Kokand University Research Base*, 423-428.
20. Axadjon o'g'li, A. A., & Tursunboy o'g'li, N. J. (2023). SANOATNING YAIMGA TA'SIRINI BAHOLASH. *Qo 'qon universiteti xabarnomasi*, 290-293.
21. Nuritdinov, J. T. (2023). YARIM TEKISLIKLAR MINKOVSKIY AYIRMASI. QO 'QON UNIVERSITETI XABARNOMASI, 38-40.
22. Nuritdinov, J. T. (2023). USING THE MAPLE SOFTWARE TOOL IN SOLVING A SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS. *Open Access Repository*, 9(4), 303-307.
23. Mamatov, M., Nuritdinov, J., & Esonov, E. (2021). Дифференциальные игры дробного порядка с распределенными параметрами. *International Scientific Technical Journal "Problems of Control and Informatics"*, 66(4), 38-47.
24. Ugli, J. N. T. (2020). Determining the Minkowski Difference and Sum of Some Sets. *Solid State Technology*, 2235-2240.
25. Маматов, М. Ш., & Нуритдинов, Ж. Т. (2020). О некоторых геометрических свойствах разности и суммы Минковского. In *Колмогоровские чтения. Общие проблемы управления и их приложения (ОПУ-2020)* (pp. 69-72).
26. Mamatov, M. S. (2020). О НЕКОТОРЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ РАЗНОСТИ И СУММЫ МИНКОВСКОГО. *Theoretical & Applied Science*, (6), 601-610.
27. Mamatov, M. S., & Nuritdinov, J. T. UDK 517.977. 1. MINKOVSKIY YIG'INDISINI VA AYIRMASINI HISOBLASHGA DOIR BA'ZI QONUNIYATLAR HAQIDA. *ILMIY AXBOROTNOMA*, 12.

28. Tursunboy o'g'li, N. J. (2025). TALABALARGA TEKISLIKDA KVADRATNING KANONIK TENGLAMASI VA UNING XOSSALARI MAVZUSINI O'QITISHDA ZAMONAVIY TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH. MODELS AND METHODS FOR INCREASING THE EFFICIENCY OF INNOVATIVE RESEARCH, 4(43), 187-194.